

基礎数学演義3 第6回・問題解答&要約シート(1)

学籍番号 _____ 氏名 _____

Q6-1. $Q(\mathbb{Z})$ における和 $[a, x] + [b, y] = [ay + bx, xy]$ が代表元の選び方によらずに、矛盾なく定義されていることを示すには、どのようなこと仮定して、どのようなことを示せばよいか。まず、証明の出発点と最終目標を書き、次にその証明を書け。

[証明の出発点]

[証明の最終目標]

[証明]

Q6-2. $\mathbf{0} := [0, 1]$ と定めると、任意の $r \in Q(\mathbb{Z})$ に対して $r + \mathbf{0} = r = \mathbf{0} + r$ が成り立つことを示せ。

基礎数学演義3 第6回・問題解答&要約シート(2)

学籍番号 _____ 氏名 _____

Q6-3. 任意の $a, x, n \in \mathbb{Z}$ ($x, n \neq 0$) に対して $Q(\mathbb{Z})$ において等式

$$[an, xn] = [a, x]$$

が成り立つことを示せ。

Q6-4. $r, s, t \in Q(\mathbb{Z})$ に対して

$$r = [a, x], s = [b, y], t = [c, z] \quad (x > 0, y > 0, z > 0)$$

とおく。

(1) $r + t \leq s + t$ を \mathbb{Z} における不等号 \leq を用いて書き換えよ。(2) 「 $r \leq s \implies r + t \leq s + t$ 」が成り立つことを示せ。Q6-5. $S = \{1, 2, 3\}$ の部分集合全体からなる集合 $\mathcal{P}(S)$ 上で包含関係による順序 \leq を考える。
この順序は全順序ではないことを示せ。