フッサールの数学思想

野家　伸也

１．知の形式化

近代の学問において特徴的なことは、思考のパラダイムが意識的・言語的な思考に求められたこと、そして数学的言語をモデルにしてすべての知識を形式化することが目指されたことであり、そうした試みの端緒をなすのがデカルトの「普遍数学」の構想である。デカルトは彼がさまざまな学問のうちで唯一その知識の確実性を信用するに足ると見た数学の証明規則（論理的演繹の諸規則）を範として知的探究の「方法」を編み出した。それ以来、特に近代科学は、数学的言語をモデルにしてすべての知識を形式化し、幾何学の公理体系のような演繹的システムに組織化することをもってその究極の理想としてきた。そのようにして形式化された知は、それ自身に内属する完結性への要求によって、その発生母胎である生活世界から離れて自立化していく傾向をもっている。このため 17 世紀の科学革命期以来「知の形式化」が急速に進展するにつれて「科学の知」と「生活世界の知」は二元的に分断され、知の全体性が失われてしまった。これは十六世紀の宗教改革がキリスト教世界の分裂をもたらしたことにも比較できるような悲劇的な出来事である。このこともまた、デカルトが「心身分離」にもとづく科学的知性の活動領域である数学および「数学的自然学」（物理科学）の次元と、「心身合一」に立脚する「生と日常の交わり」の次元とを、人間活動の共約不可能な二つの次元として区別したことに由来するのである[1]。そうした「形式化的思考」としての「近代的思考」は今やさまざまな点でその限界を露呈している。そのうちのいくつかを列挙してみよう。

（１）数学的言語の意味は文脈から自由であり、完全に形式的に記述できる。しかし自然言語の意味は文脈依存的であり、それを完全に記述する形式的な体系は存在しない。したがって数学的言語をモデルにしてすべての知識を形式化することは、知識の背景としての文脈を切り捨てることにつながる。

[1] デカルトのエリザベト宛て書簡（1643 年 6 月 28 日付）。*Oeuvres de Descartes*, publiées par Ch. Adam et P. Tannery, III (J. Vrin, 1996), p. 691.

（2）「知の形式化」は、言うまでもなく数学そのものにおいて最も徹底した形で追求されることになった。しかしよく知られているように、ゲーデルは「第二不完全性定理」の証明において、ペアノの算術の公理系を含む無矛盾な形式的体系の不完全性を証明して、数学的言語の無矛盾性が証明できないということを、まさに数学的言語によって示したのである。

（3）「形式化的思考」の一つの極限的形態を示すものとして、ヒルベルトに代表される公理主義的数学がある。公理主義的思考は数学的概念から一切の直観的内容を取り去ってしまうことによって、「指示の不確定性」という問題を生じさせることになった。これは形式的に操作される記号に対して、可能な解釈の中の任意のものを帰属させることができるということである。たとえば幾何学の公理の中で使われる「点」「直線」「平面」といった語も、公理の中で指定されている関係を満足する任意の「あるもの」を代表しているにすぎないから、ヒルベルトが語ったと伝えられているように、それらの語を「テーブル」「椅子」「ビールジョッキ」というような語で置き換えても幾何学が成り立つということになる。

（4）同様のことは「形式化的思考」のもう一つの極限的形態、すなわち人間の知的活動を形式化してコンピュータで再現しようとする「強いＡＩ」の試みに関してもいうことができる。コンピュータにとっての思考とは、直観的表象を欠いた概念的表象（記号）の操作としての計算であり、コンピュータにプログラムされた記号は、それに適合的などんな対象をも指示しうるのであるから、コンピュータの思考もまた「不確定」である。逆に言えば、そうした不確定性を解消して対象を確定するところに、すなわち対象との意味論的関係を確立するところに直観の本質的な機能があるのである。ホーレンシュタインはこうした直観の確定機能を重視して、そこにコンピュータの認識とは異なる、人間の認識の固有な特質を認めている。「知の形式化」によって人間の思考から直観を排除すれば、思考と世界との意味論的なつながりは失われてしまう。そうなれば人間の思考は単なる「統語論的ゲーム」に終わってしまうであろう。直観こそわれわれが「世界の中で考える」ことを可能にするものである。ホーレンシュタインの論点は、コンピュータの思考を「意味論なき統語論」つまり意味の理解を欠いた、記号の形式的操作として特徴づけることによって「強いＡＩ」の主張を批判したサールの論点とも呼応している。

（5）自然言語で表現されるような知識は非形式的要素としての身体に根づいてい

るが、「知の形式化」はこうした身体的要素を排除してしまう。このことは、言うまでもなくデカルトが精神と身体を二元的に分離したことに始まるが、デカルトにおける心身分離は「知の形式化」を徹底するために要請されたものなのである。

（６）そもそも言語的・意識的な思考過程というものは、自然言語を用いたものであっても、人間における情報処理過程のうちの、氷山の一角ともいうべき最終段階のほんの一部にしかすぎない。近年の認知科学、特にコネクショニズムの知見によれば、人間の知のもっとも中核的な部分は「前記号的」である。このことは、知識のモデルを判断や命題という形で意識化され記号化された知識にのみ求めてきた近代の認識論の理念を見直すことにつながっていくであろう。

（７）「科学の知」と「生活世界の知」が二元的に分裂し、「科学の知」が生活世界的地盤から乖離してしまったことは、科学的認識が提示する世界像と人間が具体的な関心をもって行なう生活実践との間の分裂、もっと一般的に言えば「知」(Wissen)と「生」(Leben)の分裂という文化の危機をもたらしている。

右に挙げた諸点に関連づけて言うならば、現象学的哲学は、直観の権利を擁護することによって人間の存在を再び世界へと根づかせて根源的な世界経験の回復を図り、また「科学の知」を生活世界との相属的連関のうちに置き直すことによって「知の全体性」を回復し、文化の危機を克服しようとするものである。

これと比較したとき、言語分析的方法に立脚する分析哲学はあまりにも強く記号的・形式的方法にとらわれているように思われる。標準論理（二値論理）をオルガノンとする言語分析から始まった分析哲学が、その展開過程において、標準論理の枠内で処理することが困難な諸問題（語用論的含意、文脈的含意、実践的推論など）に遭遇したことは、標準論理の合理性（無矛盾性や完全性）が、きわめて限られた場面での言語使用においてしか成り立たないということを示している。そればかりではなく、そもそも標準論理のモデルとなった数学においてさえも、標準論理の完全性は第一階述語論理の範囲にとどまっていて、それを超えた数学体系一般に拡張できるわけではないということがゲーデルによって証明されたのである。分析哲学はあまりにも強く記号的・形式的方法にとらわれたために、そうした局所的な場面においてしか成り立たないような合理性をあらゆる場面に押し拡げようとした点で近代科学と共通の誤りを犯してしまったのである。

２．フッサールとブラウワー

近代科学における記号化・形式化の傾向は公理主義的数学において一つの極点を迎えることになる。ヘルマン・ワイルは『数学と自然科学の哲学』（1926）の中で、20 世紀に支配的になる公理主義的数学への動きに触れながら、「純粋数学は、現代的見地においては帰するところ関係の一般的な仮言的–演繹的理論である。それは可能的な具体的解釈中のいずれか一つには拘束されずに論理的『鋳型』（空虚な形式）の理論を展開する」と述べたあとで、この形式化は「方法論的に極めて重要な観点であり、これを抜きにしては数学的方法の理解を云々することはできない」というフッサールの言葉を引用している[2]。

フッサールは 19 世紀末から 20 世紀初頭にかけてのドイツ数学界において数学全体の形式化の壮大な展望が開かれていく現場に立ち会いながら、その動きとの密接な相互関係の中で自らの哲学的立場を確立していったのである。彼は 1901 年から 16 年までゲッティンゲン大学に在職したが、その間の同僚にはヒルベルト、クライン、ミンコフスキー、ツェルメロ、ワイルなどの数学者がいた。このうちフッサールから最も深い影響を受けたのがワイルである。ゲッティンゲン時代、ヒルベルト学派の「若頭」と目され、同僚たちから「ヒルベルトの真の息子」とまで呼ばれていたワイルは、ブラウワーの問題提起を深刻に受け止めた結果、公理主義的数学建設のプログラムを放棄して直観主義の傘下に下り、ヒルベルトの形式主義的立場に対抗することになったのであるが（「真の息子」の家出というべきか)、その際彼が哲学的立場として依拠したのはフッサールの現象学だったのである。この事実は、ブラウワーの直観主義とフッサールの現象学との間に強い親和性があることを示している。それでは、両者の関係は実際にはどのようなものなのであろうか。

端的に言って、ブラウワーの立場は、直観によって裏づけられない原理（たとえば排中律）を用いないというように、直観を否定的な理由として数学における自由な概念形成にある種の制限を置こうとするものであって（この点でブラウワーの立場は「数学の本質は、その自由性にある」とするカントルやヒルベルトの立場と鋭く対立する)、数学や論理学のアプリオリな真理性を内的直観によって基礎づけるというように、直観を積極的な論拠として用いるフッサールの立場とは異なっている。しかしそれにもかかわらず、両者の間には、ある本質的な点において共通性が認め

[2] H. Weyl, *Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaft* (München, 1926), S. 22. 菅原正夫・下村寅太郎・森繁雄訳『数学と自然科学の哲学』（岩波書店，1959)，p. 30.

られるのである。

直観主義の基本的な主張は、集合論に対する批判と、論理的原理の使用に対する批判から導かれている。直観主義的立場からの集合論批判は次のように要約することができる。

「集合論では、無限の要素をもつ集合が一つの完結した対象と考えられ、実無限の存在が容認されている。しかし、われわれ人間にとって有意味なのは実無限ではない。無限はあくまでも際限のないプロセス、つまり生成的無限としてしか把握できない。」

この観点から直観主義者は、集合論の中で最も実り多い無限集合の理論をほぼ全面的に拒否するのである。ところで、フッサールの『算術の哲学』（1891）は彼のハレ大学時代（1887-1901）の同僚であったカントルの集合論を考察の対象としている。集合論はその基本的な部分のすべてがカントルによって 1874 年から 97 年にかけて完成されたのであるから、フッサールは文字通り集合論成立の現場に立会っていたということになる。いうまでもなくカントルにはじまる集合論は、フレーゲにはじまる数学的論理学とともに数学の公理論的再構成において決定的な役割を果たすことになる。フッサールは『算術の哲学』においてカントルの『一般集合論の基礎』（1883）に言及し、一般的基数概念を集合の「濃度」として定義するというアイディアの巧みさを称賛しながら、カントルを「天才的数学者」と呼んでいる。しかしその一方で、無限集合は「想像的な概念」であって「普通は妥当しない」[3]と述べて、カントルの無限集合論を明確に拒否している。フッサールの現象学的立場と形式主義的立場の対立点は、この無限集合の概念をめぐって最も先鋭な形で浮かび上がってくる。無限を生成的無限としてしか認めないという点において、フッサールの立場はブラウワーの直観主義的立場と一致しているのである。

次に、直観主義的立場からの論理的原理の使用に対する批判は次のように要約することができる。

「論理的原理は、数学的推論の導き手にはなりえない。特に、有限の領域に関してのみ正しく適用できるような原理を無限の領域にまで拡張して適用することは誤りであり、そのような原理にもとづく数学の部分は拒否されねばならない。」

たとえば、論理的原理としての排中律を取り上げてみよう。任意の命題ｐに対して「ｐかまたはｐでない」が成立する、というのが排中律である。命題ｐとして「１と１の和は３である」のような、真偽のすでに知られている（この場合は偽）ごく

---

[3] *Husserliana* XII (1970), S. 221.

普通の命題をとって考える限りにおいて、この原理は疑いの余地なく正しいように見える。しかしｐとして、われわれにはその真偽がいまだわかっていないような命題をとってみるとどうであろうか。たとえば、ブラウワーが直観主義のアイディアを説明する際に好んで使った実例に、円周率πを 10 進法展開したとき、そこに９を 10 個並べた数字配列が存在するか否かという問題がある。円周率は無理数（超越数）なので無限に少数展開ができ、少数点以下のどこにも同じ数字配列のパターンは現われない。しかも少数第何位にどんな数字が来るのかは、無限に小さな少数位にいたるまで、あらかじめ一義的に決定されているはずである。しかし円周率を無限の桁まで扱える計算機は実際上存在しないので、人間にはそのような数字配列が「存在する」とも「存在しない」とも決定できない。このような問題についても、論理的原理としての排中律を認めるならば、われわれは（「そのような数字配列が存在する」という命題をｐとすれば）「ｐかまたはｐでない」ということを直ちに認めなければならない。しかし、そうした主張は本当に成り立つのであろうか。

ここで問題になるのは、論理的原理が、その主題にかかわらず成立するということである。排中律を認めると、命題ｐがいかなる命題であっても――われわれにはその真偽がいまだわかっていないような命題であっても――われわれは「ｐかまたはｐでない」と結論せざるをえない。すなわち、われわれは、探究されている主題への真の洞察を欠いていても、主題とは無関係に、論理的な推論によって結論を「生産」することができるのである。しかし、探究されている主題への真の洞察にもとづいて推論を行なうことと、そうした洞察にはもとづかずに、むしろ無差別にあらゆる主題に当てはまる推論原理にもとづいて推論を行なうこととの間には、明らかに認識条件の差異があるであろう。そして、探究されている主題についての真の洞察を得ようとする点において、ブラウワーの直観主義とフッサールの現象学との間には本質的な共通性があるのである。

もっとも、19 世紀末以降の現代数学の展開が「広汎に形式化を進めることによって、より精密化していくという方向」（ゲーデル）に向かっていったことを考えれば、数学的洞察の真理性を内的直観によって基礎づけるというフッサールの方法に、いかにも古色蒼然たる印象がつきまとっていることは否定できない。しかし翻って考えてみるに、数学から直観をいっさい排除して、数学的概念を純粋に形式的に定義した上で、論理的原理のみに従う形式的操作によって次々に新しい数学的概念を「生産」していくというやり方は、フッサールの立場から見るならば、真正な学問的態度にもとづくものとは言えないはずである。フッサールがそうした同時代の数学の展開のうちに、むしろ「数学の危機」を見ていたとしても、それは正当なことであ

ろう。

ところで、上に述べた実例に関しては、面白いエピソードが残されている。ブラウワーがヒルベルト学派の牙城ゲッティンゲンに乗り込んで、ヒルベルト本人を含むヒルベルト学派の聴衆を前にして直観主義についての講演を行なったとき、聴衆の一人がブラウワーにこう反論したという。「あなたはπを 10 進法展開したとき、そこに9が10回連続して現われるか否かを知ることはわれわれにとって不可能だといわれる。おそらくそれは知りえないでしょう。しかし、神はご存じのはずです。」これに対するブラウワーの返答は「あいにく私は、神と連絡をとる方法を持ち合わせておりません」というものであった。

このエピソードが示しているのは、ブラウワーが数学的認識とは神ならぬ人間のなしうる認識であるということを徹底的に考え抜いていた数学者であったということである。彼にとって、未解決の数学的問題をあたかも解決されたかのように扱う形式主義的数学は、いわば「神の観点からの数学」である。これに対してブラウワーは、有限な人間における精神の能作としての直観との関わりにおいて数学的対象を考察する「人間の観点からの数学」を構築することを目指したのである。

同様な「人間の観点」はフッサールにおいても見られる。彼は『算術の哲学』において、われわれがもし神のごとき「無限の悟性」を具え、すべての数について、数系列の最初の数表象のような本来的な表象をもっているとすれば、算術などはまったく不要なものとなり、存在しなかったであろうと述べている。「われわれは無限な悟性にのみ、すべての数の本来的表象を期待しうる。というのも、諸要素の真の無限を一つの明白な表象へとまとめる能力は、結局のところ無限な悟性のうちにあるだろうからである。」しかるに「実際にはわれわれの表象能力は極端に制限されている。われわれに何らかの限界が与えられているということは、人間存在の本質的有限性にもとづいているのである」[4]。

このように、あくまでも有限な人間の立場に立って、自然数の直観から出発して一歩一歩構成的に数学を構築していくというブラウワー的直観主義の理念は、根源的直観にもとづいて学一般を構成的に構築していくというフッサールの現象学の理念と本質的な共通性をもっている。その共通性とは、一言で言うならば、「人間の観点」から、探究されている主題への真の洞察にもとづく学問を建設しようとすることなのである。

[4] *Ibid.*, S.191.

３．フッサールとワイル

以上われわれは、フッサールの数学思想がブラウワー的直観主義と強い親和性をもっていることを見てきたのであるが、フッサールとブラウワーをいわば仲介するような役割を果たしたのがワイルである。フッサールにとって、ハレ時代とゲッティンゲン時代は数学基礎論への関心が最も高まった時期であるが、その関心はまずフッサールとワイルを結びつけた。1904 年にゲッティンゲン大学に入学したワイルは、ヒルベルトに学ぶかたわら、フッサールの講義も熱心に聴講していた。1908 年にフッサールは、ヒルベルトの指導のもとに書かれたワイルの学位論文の審査委員会委員長を務めている。1913 年にワイルはチューリヒのスイス連邦工科大学へ赴任するが、彼の夫人ヘレーネ・ヨーゼフがフッサールのゲッティンゲン時代の弟子であったこともあって、フライブルク時代（1916−1938）にも親交は続いていたようである。ヴァン・ダーレンが紹介しているフッサールからワイルに宛てた４通の書簡ｍ（1918.４.10，1920.４.５，1922.４.９，1931.１.９）[5]からは、フッサールがワイルを数学の分野における現象学的方法の正当な継承者として見ていたことが読み取れる。1918 年４月 10 日付けの書簡はワイルから著書『連続体――解析学の基礎に関する批判的研究』（1918）が贈呈されたことに対する返礼として書かれたものであるが、そこには単なる儀礼的な謝辞を超えた、ワイルの著書にたいする熱烈な共感の言葉が書き連ねられている。

「……数学者は結局のところ、基礎的諸概念を明晰化するという問題のすべてにおいて、現象学的研究方法の必要性を理解するのです。またそれゆえ、論理学的・数学的直観――その上にのみ数学の本当に信頼できる基礎づけが可能なのです――という、数学的仕事の意味の理解を可能にする原基盤へと帰るのです。……」

ワイルの『連続体』は、彼が「繰り返し」とよぶ操作（自然数からの有限主義的構成）で解析学を記述しようとするもので、集合論の矛盾が暴露されたことによって危機に陥っていた数学を構成主義的に再構築しようとする試みの一環である。ここでワイルは数学の基礎づけのためにフッサールの現象学的哲学を援用し、他方でフレーゲの論理主義的な数学の基礎づけの試み、カントル的集合論、ヒルベルト的公理主義を公然と批判している。

しかし『連続体』の数学思想には、哲学的に不徹底なところがあった。ワイル自

[5] D. van Dalen, “Four letters from Edmund Husserl to Hermann Weyl,” *Husserl Studies* 1 (1984), p.1-12.

身が後に述べているように、それは論理主義的な数学の基礎づけ、ないし集合論から始まった数学総体の再編過程に対する「構成主義的妥協」であった。彼はさらに一歩を進め、1921 年の論文「数学基礎論の新しい危機について」において、もっとラディカルな構成主義的立場へと転換した。それは、ブラウワー的直観主義と自己の立場をほとんど同一視しても構わないと宣言するほどに、ブラウワーへの全面的な支持を打ち出すものであった（先に触れた「家出」事件）。

非常に興味深いことに、このセンセーショナルな論文は、もともとフッサールが自分の編集する『哲学および現象学研究年報』に寄稿を求めていた論文であったようで（フッサールは1920年6月5日付けの書簡でワイルに論文の投稿を求めている）、1922 年４月９日付けの書簡では、ワイルの論文が『年報』ではなくて『数学雑誌』に掲載されたことを悔しがっている。そしてフッサールは同じ書簡の中で自分のフライブルク大学での弟子であるオスカー・ベッカーの大学教授資格論文（1923 年に『年報』に掲載された『幾何学とその物理学への応用の現象学的基礎づけに関する論考』――現象学がリーマン幾何学と相対性理論に適合的な認識論であることを論じた著作――）に言及して、それが「ブラウワー–ワイル理論のみが構成的・現象学的な根拠研究の明確でしっかりした要求に応えるものであるということを立証しようとしている」と述べている。この文面からも明らかなように、フッサールは数学を有限的な意識の構成的活動ととらえるブラウワーやワイル（正確に言えば 1921 年のワイル）の立場と自らの現象学的立場をほとんど一体化して考えているのである。

フッサールの数学思想は『算術の哲学』以来、ラディカルな有限主義的・構成主義的立場において終生変わることがなかった。それは最初から一貫してブラウワー–ワイル的直観主義と強い親和性をもつものであった。そしてブラウワー–ワイル的直観主義は、20 世紀の数学の支配的思潮であった公理主義的形式主義が数学を世界の現実性・具体性から遠ざけ、数学的知を単なる記号の「無意味な組み合わせ」の集塊にしてしまいかねないことへの危機感から、数学をもう一度「意味のある命題」の集成たらしめるべく構築しようとするものであった。

こうした「知の形式化」がもたらす危機的事態は単に数学においてのみならず、数学的知を究極のモデルとして形成された近代の知一般においても起こっている。とするならば、現象学的哲学とは、ブラウワー–ワイル的直観主義が数学的知において遂行しようとしている課題を近代の知一般において遂行しようとしているのだと言うこともできるであろう。このように考えるとき、ブラウワー–ワイル的直観主義にもとづく数学は、すでに与えられている知の内実が現象学的基礎づけによってどのように変貌するのかということを具体的に証示してくれる、きわめて興味深い事

例としてわれわれの前に現われてくるのである。