

# 数学セミナー

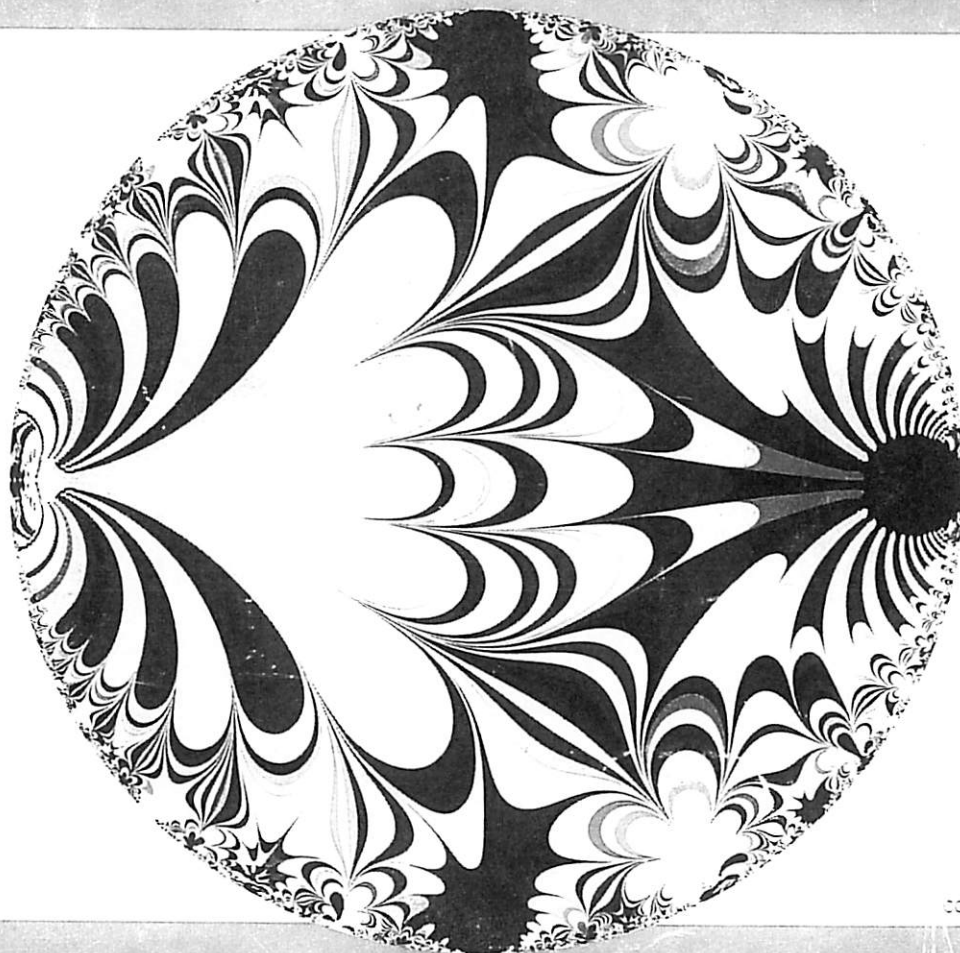
vol.40 no.2/473

## 特集 「逆問題」の発想

人や物を壊さずに中身を調べたり、平面画像から3次元立体を復元することが、逆問題の応用例である。そこにどのような数理的側面があるか、また、工学とどう結びつくかを見てみよう。

# 2

無限をみつめるフラクタル幾何の世界——小森洋平 決め方を決める難しさ——松井知己  
ICME9とは何だったか〈2〉——飯高 茂 数セミ談話室 方程式を見る/数覚のはなし——清水勇二



COMPUTER GRAPHICS BY WITROT

# 逆問題の 発想

## 逆問題と認識論

齊藤了文

### ● 数学の世界と哲学

順問題が、原因から結果へと向かう問題であるのに対して、逆問題は結果から原因へと向かう問題だといわれる。

外観を見てその中はどうなっているかについて思いをめぐらすとか、観測結果をもとに、熱や電気の伝わりやすさを表わす熱伝導率や電気伝導率、硬さなどの特性を推定したり、作用している力や発生熱量を推定したりすることが、逆問題と見なされている<sup>1)</sup>。残された証拠から犯人を探すのも逆問題と言えらる。また、鼻水が出ているとか、高熱が出ているといった病気の徴候をみて、どのような病気であるかを診断する問題も、逆問題だと言われている。

このような問題そのものは、われわれが知覚し、行動する場合の問題として通常出会う問題である。その意味で、数学的な面白さはあるにしても、日常生活では、「逆問題」という言葉以外には、特に目新しいものはない。

ただ、いわば理想的な世界を相手にする数学の世界と複雑な現実を扱う工学の世界との接点に立って逆問題が扱われている。すると、そのせめぎあいのなかにある逆問題は、どのような世界を存在論的な基盤にしているのであろうか。

数学の世界と現実の世界との対比は、古来プラトン、アリストテレス以来重要な問題であった。数学の世界と知覚の世界とは、世界として別であった。 $1+1=2$ が時代によって変わらないように、数学の対象「1」は変化のない永遠の世界の対象とみなせる。それに対して、私たちが住んでいる世界は、

つねに変化している世界なのである。それが、現代の逆問題では、数学者と工学者の共通の対象として扱われている。この共通の世界とはどのようなものであって、それが数学的に表現されるとはどのようなことなのか、この点は哲学的には興味のあるところである。

数学者にとっての逆問題の意味は、ある程度複雑な問題を解いているということに関わる。偏微分方程式で表わされ、初期値や境界値の計測が不十分であるという状況がある。それは、非常に理想化された状況で何が起こるかということではなく、外乱が生じているのに、いわば内部の様子を知ろうとしているのだ。

そこで扱われる方程式が、現実のドロドロした状況を記述した方程式になっていて、その現実に対処するためのさまざまな制約を考慮している点も、哲学的には面白いところである。きれいに定式化された純粋数学のイメージとは遠いところに数学的な問題を発見し、それを解決しようとしたということが、数学的对象の存在論の問題としては興味深いのだ。二つの分離した世界の接合は、どのように行われているのだろうか。

ただ、この小論では数学的な逆問題に立ち入ることは許されていないので、そのような議論は他日を期すことにして、以下、数学以外の問題について、逆問題と言われるものの広がりやどの程度あるかの概観をすることにしよう。

### ● いくつかの逆問題

名探偵コナンにしろ、古畑任三郎にしろ刑事コロ

ンボにしろ、現場から犯行の様子を推理していく。証拠を集めて誰が犯人であるかを追い詰めていこうとする。これは、テレビ的には面白いが、じつは診断問題を解いているのと同じである。医者は診察して、診断を行い、そして治療する。工学では、計測し、それに基づいて制御を行おうというのと同じだ。視聴者や医者には、データや証拠が与えられている。その上で、一体どういう原因で、そのような証拠がでてきたのかを推理しようとするのだ。もちろん、推理ドラマには限界があって、最後の治療や制御にあたる事柄がそれほど出て来ない。犯人を逮捕して終わりといったことになっている。

しかし、この制御し治療すること自体も逆問題としてみると、なかなか込み入ったことをやっている。設計の場合では、さまざまな制約を考慮しつつ、ほしい機能を実現する機械を作ろうとする。結果や目的に向かって、必要な技術(原因)が集められる。また、設計の面白いところは、唯一解がないということにある。要求仕様と具体的に実現されたものとの間には乖離が存在する。たとえば、暖をとることを目的とする場合も、石炭ストーブ、石油コンロ、オイルヒーター、エアコン等が存在する。状況によって、最適値が違っている。安いのは石炭で、近くに店があるのは石油であり、使いやすいのはエアコンかもしれない。もちろん、最適解が同一なはずなのに多数の設計解が見つかることもある。それは、乗用車の種類の多さを見れば理解されるだろう。

また、スポーツにおいても、どこを筋肉を発達させるためにはどのようなトレーニングをすればいいかは分かっている。しかし、それをどのように組み合わせると速く走れるかは、そんなによくは分かっていない。たとえば、陸上競技では、脚に筋肉をつけないと速く走れないのは当然である。しかし、必要なところ以外に筋肉をつけると、体に錘をつけて走っていることにもなる。トレーニングの仕方によって、つく筋肉が違うのでどのような順番でどの程度トレーニングすればベストな状態になるかは、なかなか難しい問題だ。

特に、個人競技でなく、集団で行うサッカーやバスケットなどは、コーチングも難しい。人間関係も含めて、試合に勝つコンディショニングをすることは、マネージャーやコーチ、トレーナーの腕の見せ所かもしれないが、多様な変数のコントロールをしている。設計や企画の難しさはこのようなことにも現れている。

しかし、このようなところまでいくと、逆問題的思考が効いているというよりは、それより上のレベルでの人間関係やマネジメントの問題と捉える方が理解しやすい。設計でも最適化では解が一意的に決まらないし、決まらない方が都合な場合もある。我々すべては、原子からできているが、朝起きておなかがすいたから朝ご飯を食べるといったことまでも、原子の振る舞いに由来していると言われても、「それはどうかな」と思ってしまう。

哲学は、もともと概念を拡張するのが得意な学問で、世界はすべて「経済」で説明できるとか、「性欲」で説明できると主張する人までもいた。それにしても、その概念が機能しなくなるまで拡張することは、知的な挑戦の一つではあっても、限界をわかまえることも知的なスタンスなのだ。

## ● 逆問題と認識の世界

哲学的に逆問題が興味深い理由は、認識の問題それ自身の中にある。

我々は、目で見たり、触れたり、聞いたりといった知覚による以外に、ある世界の中に住んで、行動することによっても世界を知るのである。

「観察をもとに現象を理解する過程は逆問題にはかならない。したがって、逆問題は、科学において我々が遭遇する本質的な、また自然な問題であることが理解できよう。」<sup>2)</sup>

「計測は知識工学そのものである。そしてそのもっとも本質的なところは因果律の逆をたどることである。これは物理的世界では起こりえないこと、人間の知的世界、あるいはそれを模した情報処

理の世界においてはじめて可能なことである。」<sup>3)</sup>

上の2つの引用は、両方とも工学者の発言であるが、前者は、観察と逆問題との関係を論じているが、後者は、計測が因果律の逆をたどるとは言っているも逆問題についてはまったく論じていない。つまり、逆問題の考え方自体はそれほど特異な考え方でもない。観察や知覚のような認識行為を考えると、逆問題は因果律に反してはいても、ごく自然な行為なのである。

まず、目的をめざす行為の問題から取り上げよう。逆問題という問題設定ではめったに出てこないチェスを取り上げよう。チェスは人工知能研究における古典的な典型的問題であった。これには、ポーン(歩兵)の動かし方とか、クイーンの動かし方といったゲームを支配するルールがある。そのうちのどれを選んでいけば、求めたい結果(相手のキングを手に入れる)が得られるかを考えようとする。考え方としては、ある手を打ったときに、相手はどの手を打つかを考えるというように先を読むこともあり、最終局面に近づくと、キングを詰ませるためにはどのような手順が必要かを考えることもある。このような目的を実現するために探索が行われる。

通常の逆問題は、現象を支配する解析的方程式が与えられているのに、チェスの場合は、ある意味でデジタルな手続きが与えられている。チェスの場合にも、解がないとか一意でないといった非適切問題は存在するのだが、これは完全な探索が組み合わせ爆発になる(100手ぐらいで終了して、その都度10個の手が選択できるにすぎなくても、 $10^{100}$ という膨大な数になる)ために實際上無理だという理由に基づいている。また、探索の際に使われるヒューリスティックス(発見法)は、逆問題で利用される先験情報や制約条件と対応している。チェスのプロなら、彼なりのヒューリスティックスを使って解の空間を狭めて、あっと驚く手を打つのであろう。このように、チェスと一般の逆問題では解を求める方法(探索と解析)がまったく違っていても、生じる問題はよく似ている。

それではさらに、社会的な認識に向かって考えてみよう。

認知心理学は、我々に与えられているデータ以上に我々が知っているのはなぜかといった問題設定を行っている。たとえば、目の前に見えている本は表紙のあたりしか見えていないのに、それには裏もあって、中には字が書いてあると「知っている」。これはどのようにして理解できるかといった問題設定を行っている。

その問題に対しては、たとえば、スキーマといった枠組をもっていて、それを使うことによって我々は理解しているのだという説明が行われたりする。感覚として「外から」来たものに対して、いわば頭の中で情報処理をしているといったモデルで考えることが一般である。

人工知能に画像認識をさせようとするのも同じである。ビデオカメラとコンピュータをつないでも、それで画像情報は得られても、そこに映っているものの形をノイズを排除して取り出す(目の前の電話をそれが置いてある机から区別しなければならない)ことがまず必要である。その上で、それが「電話」であると理解(つまり、ときどきベルが鳴り、話ができる機械だという理解)するところまでいかなければ、本当に認識したことにはならない。

この第一段階が、我々に与えられたデータから、直接には隠れた情報を引き出すという問題である。スイカをたたいて、熟れているかどうかを「みる」のと同じような試みである。数学的にこの機能を扱おうとするのが、逆問題だといえるだろう。

ここで、逆問題の数学が取り扱おうとする問題と、社会科学、心理学、人工知能が扱おうとする問題とは問題の質が違っているということにも注意すべきであろう。数学的に厳密に捉えられた隠れた傷を発見するのに逆問題は役立つであろう。これが非破壊検査といわれる。ただ、その傷について、ある人々はそれをひし形と述べ、他の人は破壊を起し得る形状と述べる。胸部のX線写真を見て、素人はぼんやりした白い影しか見ないのに対して、医者はそ

こにガンの徴候を見る。画像の形状の確定に、人間の眼以上に逆問題は寄与できる。しかし、社会的な画像認識の問題がさらに控えている。

ここには「原因」をどのようなレベルで考えればいいかということが、大きく関与する。

逆問題を一般化して考えることは不可能ではない。ただ、社会科学にまで拡大して使おうとすると、数学的扱いができなくなるか、原因の概念の混乱が生じるというリスクを負わねばならなくなる。

現実の世界では膨大な情報の中から関連する情報を取り出す必要がある。そしてその情報に基づいて実時間内に解を求めねばならない。じつは、そこに関わる先験の情報や制約といったものを特に問題にすることによって社会学的な認識が特徴づけられていたりする。このような異同も重要である。

## ● 数学的知性とは別の知性

逆問題というようなコンピュータの発達とともに理解が進んできた問題は、難しい数学を知らないと到底解けるようには思えないかもしれない。しかし、人間は、具体例を使うことによって、逆問題を解いている。このような問題を数学的定式化をしないでスポーツのコーチは解決している。それはそれで素晴らしい人間の能力を示している。人間の目はCTスキャンのように体のなかを「見る」ことはできないにしても、さまざまな場面で「逆問題」を解きつつ行動している。

このような事例を概観するとき、私自身は、数学的シミュレーションに関わる数学的、工学的取り扱い方の巧妙さと、それと結びつく考え方、哲学といったものに興味を覚えるが、その点ここでは論じないで、別種の哲学的論点を取り上げることにする。

さて、一般化して考えると、逆問題は日常世界にはいたるところに存在している。にもかかわらず、逆問題が新たな問題だと思えるということは、じつは、科学的な思考、数学的な思考に慣れた人に特有のことであるように思える。

科学というのは、明日何が起こるかとか月食がいつ起こるかということをお告げのように主張して、それを覚えておけとか、信じなさいとは言わない。学問である限り、どのような証拠があってそれらの現象が起こると言えるのか、ということまでも教えてくれる。つまり、今、雨が降っているのは上空何千メートルの雲に含まれている水蒸気が凝結して…、といった仕方で説明してくれる。このように原因をもとにして、現在のできごとを説明するのが、順問題的な考え方の典型となっている。

そして、科学の正しさとか、厳密さが論じられるときには、順問題的思考が主流になっている。だからこそ、主流ではない逆問題的思考が存在するということは、大きなインパクトを持っているのだ。

にもかかわらず、逆問題的思考は、日常生活によく見いだされるとすると、基本的な対比は、日常的認識と科学的認識との対比になる。普通の意味で、証明ができ、数学ができる人はエライけれども、それとは違ったタイプの知性が必要だということも、逆問題的思考は教えてくれる。

そして、単なる対比にとどまらず、逆問題が数学的に扱えるところから見ても、日常的思考は単なるカンのような低次の知性と見なされるべきではなく、順問題的思考と並ぶべき知性の一種と見るべきである。これが逆問題の数学的、工学的扱いの哲学的意義である。

現実によく対処することと数学的な知性とは違っている。その違いを認めた上で、何らかの仕方で数学からアプローチできるということは、現実と切り結ぶ(感性ではない)知性の姿を示している。しかも、典型的な科学的思考とは違った知性を逆問題は示唆しているのである。

- 1) p.2『逆に考え、逆に解く』久保司郎 オーム社
- 2) p.30「逆問題の考え方と枠組」久保司郎『数理科学』1997/1
- 3) p.145「計測の本質と計測工学」北森俊行『計測と制御』Vol.26 No.2

(さいとうのりふみ/関西大学社会学部)