

領域ベースの隠れ変数と確率伝搬法を用いた画像領域分割

長谷川亮太[†] 三好 誠司^{††} 岡田 真人^{†††}

[†] 関西大学大学院 理工学研究科 〒564-8680 大阪府吹田市山手町 3-3-35

^{††} 関西大学 システム理工学部 〒564-8680 大阪府吹田市山手町 3-3-35

^{†††} 東京大学大学院 新領域創成科学研究科 〒277-8561 千葉県柏市柏の葉 5-1-5

E-mail: [†] gd60083@kansai-u.ac.jp, ^{††} miyoshi@kansai-u.ac.jp

あらまし ベイズ推定を用いる画像処理においてエッジを表現するためには隠れ変数の導入が有効である．本稿では，領域ベースの隠れ変数を用いる結合 MRF モデルに基づき，確率伝搬法的一种であるビリーフプロパゲーションと変分推論法を組み合わせた手法を用いて画像の修復と領域分割を行う決定論的なアルゴリズムを導出する．このアルゴリズムでは原画像や隠れ変数だけでなく 2 個のハイパーパラメータも推定する．さらに，変分自由エネルギー最小化によるモデル選択も行う．熱浴法で生成した人工画像やガウス雑音を重ねられた自然画像を用いた実験により，提案手法が一枚の劣化画像だけから良好な修復と領域分割を行う潜在能力を有することを示す．

キーワード ベイズ推定，画像修復，領域分割，領域ベースの隠れ変数，モデル選択，ハイパーパラメータ推定，ビリーフプロパゲーション

Image Segmentation by Region-Based Latent Variables and Belief Propagation

Ryota HASEGAWA[†], Seiji MIYOSHI^{††}, and Masato OKADA^{†††}

[†] Graduate School of Engineering Science, Kansai University Yamate-cho 3-3-35, Suita-shi, 564-8680 Japan

^{††} Faculty of Engineering Science, Kansai University Yamate-cho 3-3-35, Suita-shi, 564-8680 Japan

^{†††} Graduate School of Frontier Sciences, The University of Tokyo Kashiwanoha, 5-1-5, Kashiwa-shi, Chiba, 277-8561 Japan

E-mail: [†] gd60083@kansai-u.ac.jp, ^{††} miyoshi@kansai-u.ac.jp

Abstract To represent edges in image processing based on Bayesian inference, it is very effective to introduce latent variables. In this paper, we derive a deterministic algorithm that restores and segments an image by using belief propagation and a variational inference method based on region-based latent variables and a coupled MRF model. This algorithm estimates two hyper-parameters as well as infers the original image and the latent variables. In addition, the algorithm carries out the model selection by minimizing variational free energy. Through experiments using an artificial image generated by heat bath method and a natural image degraded by Gaussian noises, we show that the derived algorithm has a potential ability to restore and segment using only one noisy image.

Key words Bayesian inference, image restoration, image segmentation, region-based latent variables, model selection, hyper-parameter estimation, belief propagation

1. ま え が き

多数の確率変数からなるシステムにおいて各変数が他の変数と無向性の相互作用を持つモデルをマルコフ確率場 (Markov Random Field: MRF) と呼ぶ [1] ~ [3], [11]. MRF に基づく画像処理においてはしばしばベイズ推定が用いられる [1] ~ [3], [11]. ベイズ推定とはベイズの定理

$$p(\mathbf{x}|\mathbf{y}) = \frac{p(\mathbf{y}|\mathbf{x})p(\mathbf{x})}{p(\mathbf{y})} \quad (1)$$

で計算される事後分布に基づく推定のことである．

ベイズ推定においては事前分布を決める必要がある．我々が普段目にする画像は，ほとんどのエリアにおいて隣接画素値が近い値をとるが，画素値が急激に変化する部分も存在するという性質を持っている．このような性質を事前分布に持たせるた

めには隠れ変数を導入することが有効である [1]。画像処理においてエッジを表現するための隠れ変数には境界ベース [4] と領域ベース [5], [6] の二つがある。境界ベースは画素と画素の間 (境界) に、そこがエッジであるかどうかを表す隠れ変数を置いてゆく方法である。これに対して領域ベースは各画素がどの領域に属するかを示す隠れ変数を画素ごとに貼り付けてゆく方法である。いずれにせよ、画素値を変数とする MRF に加えて、隠れ変数を変数とするもう一つの MRF を導入するのである。もちろんこれら二つの MRF は互いに結びついているのでこのようなモデルは結合 MRF と呼ばれる [3], [11]。

我々がよく目にする画像を表すための隠れ変数として用いることを考える場合、境界ベースと領域ベースにはそれぞれ一長一短がある。境界ベースの場合には多くの拘束条件を設ける必要がある [4]。これに対して領域ベースの場合も、局所解に陥りやすいという大きな欠点があるのだが、境界が自然に閉じたループになるなど好ましい性質も多く持つ [6]。我々は領域ベースに着目しており、本稿でもこれを扱う。

画像をある一定の特徴をもつ小領域ごとに分割する問題は領域分割 (セグメンテーション) と呼ばれる [2], [3], [11]。領域分割は画像に含まれる対象物を抽出する手法であるということも可能で、その後の画像の認識や理解のための第一次画像処理として重要である [3]。

ところで、ノイズの重畳した一枚の観測画像を用いて画像修復と領域分割を行う場合、画像修復の精度が高くなれば領域分割は容易になってその精度も上がる。また、同様にその逆の場合もいえる。このように画像修復と領域分割という二つの作業は互いに密接に関係している。本稿ではこの二つの作業の両方を扱う。

事前分布に隠れ変数を導入すると式 (1) の事後分布の計算が困難となる。そのために近似計算法として、変分推論を用いて画像修復と領域分割を行う方法が報告されている [3], [11]。しかし、変分推論法では非常に粗い近似である因子化仮定を置く必要がある。そのため本稿では、この近似を緩和するために確率伝搬法の一つであるピリーフプロパゲーション (Belief Propagation) [2], [8], [9] ^(注1) と変分推論法を組み合わせた手法を提案する。すなわち、領域ベースの隠れ変数を用いる結合 MRF に基づき、ピリーフプロパゲーションと変分推論法を組み合わせた手法を用いて画像の修復と領域分割を行う決定論的アルゴリズムを導出する。その際、原画像の滑らかさを制御するパラメータや重畳するノイズの大きさなどのハイパーパラメータと呼ばれる変数の推定も行う。さらに、変分自由エネルギー最小化によるモデル選択も行い、最終的に一枚の劣化画像だけを用いて多数のパラメータの自動推定を行う。ピリーフプロパゲーションによる隠れ変数の推定においては、その一次統計量のみを求める場合と、二次統計量まで求める場合の両方について実験を行い、性能を比較する。

(注1): ループがあるグラフに対するピリーフプロパゲーションはしばしばルーピーピリーフプロパゲーション (Loopy Belief Propagation) と呼ばれることもある [8] が、本稿では単にピリーフプロパゲーションと呼ぶことにする。

2. アルゴリズムの導出

以下では、領域ベースの隠れ変数を用いた結合 MRF に基づき、ピリーフプロパゲーションと変分推論法を組み合わせた手法を用いて画像の修復と領域分割を行う決定論的アルゴリズムを導出する。

2.1 領域ベースの隠れ変数

原画像を $x = \{x_i\}$ 、観測画像を $y = \{y_i\}$ とする。ここで、 $i = 1, \dots, N$ であり N は画素数である。境界ベースの場合には隠れ変数は画素と画素の間に置かれ、そこがエッジであるかないかを表すので二値変数でよいが、領域ベースの場合には隠れ変数は画素ごとに貼られるラベルであるから多値変数である必要がある。本稿では隠れ変数はいわゆる 1 対 K 法 (1-of- K scheme) [1] による表現を用いたポツツスピンであるとする。すなわち、隠れ変数 $\Xi = \{\xi_i\}$, $i = 1, \dots, N$ において ξ_i は K 次元ベクトルであり、

$$\xi_i \in \{(1, 0, \dots, 0)^T, (0, 1, \dots, 0)^T, \dots, (0, 0, \dots, 1)^T\} \quad (2)$$

とする。

2.2 画像の修復と領域分割

まず、原画像 x とラベル Ξ の同時事前分布として逆温度 ρ をハイパーパラメータとするボルツマン分布

$$p(x, \Xi | \rho) = \frac{1}{Z_1} \exp(-\rho E(x, \Xi)) \quad (3)$$

を仮定する。ここで、 Z_1 は規格化定数である。原画像のエネルギー関数 $E(x, \Xi)$ は式 (2) を考慮して

$$E(x, \Xi) = \frac{1}{2} \sum_{l \sim m} (\xi_l \cdot \xi_m (x_l - x_m)^2 + (1 - \xi_l \cdot \xi_m) \lambda) \quad (4)$$

とおく。ここで $\sum_{l \sim m}$ は隣接画素対すべてに関する和を表す。すなわち、隣接する画素 l と m が同じラベルを持つ場合は $(x_l - x_m)^2 / 2$ がエネルギー関数に加えられ、異なるラベルを持つ場合は $\lambda / 2$ が加えられるようにしておく。このことは、隣接する画素が互いに同一ラベルを持つ場合は画素値がそれほど違わないように拘束されているのに対し、異なるラベルを持つ場合は画素値が大きく違ってよいことを表している。また、本稿では 8 近傍処理を行う。つまり、垂直方向と水平方向だけではなく、斜め方向も隣接画素として扱う。

観測画像 y は原画像 x の各画素に平均 0、逆分散 β のガウス雑音が独立に重畳して生成されるものとする。すなわち、

$$p(y|x, \beta) = \frac{1}{Z_2} \exp\left(-\frac{\beta}{2} \|x - y\|^2\right) \quad (5)$$

である。ここで、 Z_2 は規格化定数である。原画像生成の逆温度 ρ とガウス雑音の逆分散 β が本稿で扱うモデルのハイパーパラメータである。ハイパーパラメータの推定においては周辺尤度最大化による点推定が行われることが多かった。しかし近年、ベイズ法に基づく手法が提案されている [3], [10], [11]。本稿でもこの手法を用いて ρ, β を推定する。まず、 ρ, β はその尤度に相当する式 (3), (5) に関して自然共役となるような以下の事前分布にしたがうものとする [1]。

$$p(\rho) = \text{Gamma}(\rho|a_{\rho 0}, b_{\rho 0}), \quad (6)$$

$$p(\beta) = \text{Gamma}(\beta|a_{\beta 0}, b_{\beta 0}), \quad (7)$$

ここで, $\text{Gamma}(\cdot)$ はガンマ分布である [1] .

$a_{\rho 0}, b_{\rho 0}, a_{\beta 0}, b_{\beta 0}$ は手動で設定する必要があるパラメータであるが, 事後分布への影響がなるべく小さくなるように $a_{\rho 0} = b_{\rho 0} = a_{\beta 0} = b_{\beta 0} = 10^{-4}$ とする [1], [3], [10], [11] .

本稿で考える画像領域分割の問題は, 与えられた一枚の観測画像 \mathbf{y} から原画像 \mathbf{x} と隠れ変数 Ξ を推定する. その際, ハイパーパラメータ ρ, β の値も推定する. すなわちベイズ的には事後分布 $p(\mathbf{x}, \Xi, \rho, \beta|\mathbf{y})$ による $\mathbf{x}, \Xi, \rho, \beta$ の期待値計算を実行したいのであるが, これは解析的にも数値的にも困難である. そこでピリーフプロパゲーションと変分推論法を組み合わせた近似計算を行う. まず, 試験分布 $q(\mathbf{x}, \Xi, \rho, \beta)$ を導入する. この試験分布 $q(\mathbf{x}, \Xi, \rho, \beta)$ に関して,

$$\mathcal{F} = \sum_{\Xi} \int d\mathbf{x} d\rho d\beta q(\mathbf{x}, \Xi, \rho, \beta) \ln \frac{q(\mathbf{x}, \Xi, \rho, \beta)}{p(\mathbf{y}, \mathbf{x}, \Xi, \rho, \beta)} \quad (8)$$

と定義する. ここで, \mathcal{F} は変分自由エネルギーと呼ばれる [3], [11]. これと $q(\mathbf{x}, \Xi, \rho, \beta)$ と $p(\mathbf{x}, \Xi, \rho, \beta|\mathbf{y})$ のカルバックライブラーダイバージェンス

$$\begin{aligned} & \text{KL}(q(\mathbf{x}, \Xi, \rho, \beta) \| p(\mathbf{x}, \Xi, \rho, \beta|\mathbf{y})) \\ &= \sum_{\Xi} \int d\mathbf{x} d\rho d\beta q(\mathbf{x}, \Xi, \rho, \beta) \ln \frac{q(\mathbf{x}, \Xi, \rho, \beta)}{p(\mathbf{x}, \Xi, \rho, \beta|\mathbf{y})} \end{aligned} \quad (9)$$

を用いると一般に

$$\ln p(\mathbf{y}) + \mathcal{F} = \text{KL}(q(\mathbf{x}, \Xi, \rho, \beta) \| p(\mathbf{x}, \Xi, \rho, \beta|\mathbf{y})) \quad (10)$$

と書ける. 式 (10) の左辺第一項目の $\ln p(\mathbf{y})$ が $\mathbf{x}, \Xi, \rho, \beta$ に関して定数であることに注意すると, カルバックライブラーダイバージェンスが最小であるという意味で事後分布 $p(\mathbf{x}, \Xi, \rho, \beta|\mathbf{y})$ にもっとも近い試験分布 $q(\mathbf{x}, \Xi, \rho, \beta)$ を求めるためには, \mathcal{F} を最小化するような $q(\mathbf{x}, \Xi, \rho, \beta)$ を見つければよいことがわかる.

一般的に変分推論法では試験分布に因子化仮定

$$q(\mathbf{x}, \Xi, \rho, \beta) = q(\mathbf{x}) \prod_i q_i(\xi_i) q(\rho) q(\beta) \quad (11)$$

という制約を課す [3], [11]. しかし本稿では, $q(\Xi)$ を画素ごとにばらばらに $\prod_i q_i(\xi_i)$ と分解しない. すなわち, この場合の因子化仮定は,

$$q(\mathbf{x}, \Xi, \rho, \beta) = q(\mathbf{x}) q(\Xi) q(\rho) q(\beta) \quad (12)$$

となる. $q(\Xi)$ はピリーフプロパゲーションを用いて求める. これにより, 変分推論法だけを用いて近似計算を行う場合に比べ近似を緩和することができる. 本稿では因子化仮定 (12) を満たす試験分布 $q(\mathbf{x}, \Xi, \rho, \beta)$ に限定して, その中で $q(\mathbf{x}), q(\rho), q(\beta)$ に関しては \mathcal{F} を最小化する分布を求めることにする. 式 (12) を式 (8) に代入し変分法を用いて計算を進めると, カルバックライブラーダイバージェンスを最小にする最適因子 $q^*(\mathbf{x}), q^*(\rho), q^*(\beta)$ が

$$\ln q^*(\mathbf{x}) = \langle \ln p(\mathbf{y}, \mathbf{x}, \Xi, \rho, \beta) \rangle_{\Xi, \rho, \beta} + \text{const.} \quad (13)$$

$$\ln q^*(\rho) = \langle \ln p(\mathbf{y}, \mathbf{x}, \Xi, \rho, \beta) \rangle_{\Xi, \mathbf{x}, \beta} + \text{const.} \quad (14)$$

$$\ln q^*(\beta) = \langle \ln p(\mathbf{y}, \mathbf{x}, \Xi, \rho, \beta) \rangle_{\Xi, \mathbf{x}, \rho} + \text{const.} \quad (15)$$

と求められる. ここで, $\langle \cdot \rangle$ は右添え字として示した確率変数の分布に関する平均を表している. 例えば, 式 (13) の $\langle \cdot \rangle_{\Xi, \rho, \beta}$ は Ξ, ρ, β に関する平均を表している. 本節で述べてきたモデルの設定により, 同時分布 $p(\mathbf{y}, \mathbf{x}, \Xi, \rho, \beta)$ は

$$p(\mathbf{y}, \mathbf{x}, \Xi, \rho, \beta) = p(\mathbf{y}|\mathbf{x}, \beta) p(\mathbf{x}|\Xi, \rho) p(\Xi) p(\rho) p(\beta) \quad (16)$$

であり, 式 (3)-(7) を代入して整理すると形式的に

$$\begin{aligned} p(\mathbf{y}, \mathbf{x}, \Xi, \rho, \beta) &= \text{Gauss}(\mathbf{x}|\mathbf{0}, \rho^{-1} \mathbf{A}_{\Xi}^{-1}) \\ &\quad \times \text{Gauss}(\mathbf{y}|\mathbf{x}, \beta^{-1} \mathbf{I}) \\ &\quad \times \text{Ber}(\{\xi_i \cdot \xi_j\}|\nu) \\ &\quad \times \text{Gamma}(\beta|a_{\beta 0}, b_{\beta 0}) \\ &\quad \times \text{Gamma}(\rho|a_{\rho 0}, b_{\rho 0}) \end{aligned} \quad (17)$$

となる. ここで, \mathbf{I} は N 行 N 列の単位行列である. また, $\text{Gauss}(\mathbf{x}|\mathbf{0}, \rho^{-1} \mathbf{A}_{\Xi}^{-1})$ は \mathbf{x} が平均 $\mathbf{0}$, 共分散行列 $\rho^{-1} \mathbf{A}_{\Xi}^{-1}$ のガウス分布にしたがうことを表し, $\text{Ber}(\{\xi_i \cdot \xi_j\}|\nu)$ はすべての隣接ラベルの内積が平均 ν のベルヌーイ分布にしたがうことを表している. ただし,

$$\nu = \left(1 + \exp\left(-\frac{\lambda\rho}{2}\right)\right)^{-1}, \quad (18)$$

$$[\mathbf{A}_{\Xi}]_{ij} = \begin{cases} \sum_{k \in \mathcal{N}(i)} \xi_i \cdot \xi_k, & (i = j) \\ -\xi_i \cdot \xi_j, & (i \sim j) \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (19)$$

であり, $\mathcal{N}(i)$ は画素 i に隣接する画素の集合である. 式 (13)-(15) と式 (17) を用いて最適因子 $q^*(\mathbf{x}), q^*(\rho), q^*(\beta)$ を求めると

$$q^*(\mathbf{x}) = \text{Gauss}(\mathbf{x}|\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}), \quad (20)$$

$$q^*(\rho) = \text{Gamma}(\rho|a_{\rho}, b_{\rho}), \quad (21)$$

$$q^*(\beta) = \text{Gamma}(\beta|a_{\beta}, b_{\beta}), \quad (22)$$

となる [3], [10], [11]. ここで,

$$\boldsymbol{\Sigma} = (\langle \rho \rangle \langle \mathbf{A}_{\Xi} \rangle + \langle \beta \rangle \mathbf{I})^{-1}, \quad (23)$$

$$\boldsymbol{\mu} = \langle \beta \rangle \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{y}, \quad (24)$$

$$a_{\rho} = a_{\rho 0} + \frac{N}{2}, \quad (25)$$

$$b_{\rho} = b_{\rho 0} + \frac{1}{2} (\boldsymbol{\mu}^T \langle \mathbf{A}_{\Xi} \rangle \boldsymbol{\mu} + \text{tr}(\langle \mathbf{A}_{\Xi} \rangle \boldsymbol{\Sigma})), \quad (26)$$

$$a_{\beta} = a_{\beta 0} + \frac{N}{2}, \quad (27)$$

$$b_{\beta} = b_{\beta 0} + \frac{1}{2} (\|\mathbf{y} - \boldsymbol{\mu}\|^2 + \text{tr} \boldsymbol{\Sigma}), \quad (28)$$

である. 式 (23)-(28) は定数である式 (25), (27) をのぞき互いに依存関係があるが, 反復計算により決定することができる. その際, $\text{Gamma}(z|a, b)$ の期待値 $\langle z \rangle$ は a/b である [1] ので

$$\langle \beta \rangle = \frac{a_{\beta}}{b_{\beta}}, \quad \langle \rho \rangle = \frac{a_{\rho}}{b_{\rho}} \quad (29)$$

であることと,

$$\langle A_{\Xi} \rangle_{ij} = \begin{cases} \sum_{k \in \mathcal{N}(i)} \langle \xi_i \cdot \xi_k \rangle, & (i = j) \\ -\langle \xi_i \cdot \xi_j \rangle, & (i \sim j) \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (30)$$

を用いる.

一方, $q(\Xi)$ はピリーフプロパゲーションを用いて求める. すなわち,

$$\mathcal{M}_{ci}^{n+1}(\xi_i) = \prod_{v \in M(i) \setminus c} \hat{\mathcal{M}}_{vi}^n(\xi_i) \quad (31)$$

$$\hat{\mathcal{M}}_{ci}^{n+1}(\xi_i) = \sum_{\Xi_c \setminus \xi_i} \exp[\phi_c(\mathbf{x}_c, \Xi_c, \rho)] \prod_{j \in L(c) \setminus i} \mathcal{M}_{cj}^n(\xi_j) \quad (32)$$

を反復計算して求められるメッセージ \mathcal{M} , $\hat{\mathcal{M}}$ を用いて周辺分布は

$$q(\xi_i) = \frac{\prod_{c \in M(i)} \hat{\mathcal{M}}_{ci}^n(\xi_i)}{\sum_{\xi_i} \prod_{c \in M(i)} \hat{\mathcal{M}}_{ci}^n(\xi_i)} \quad (33)$$

となる [8], [9]. ただし, $A \setminus a$ は A から a を除いた残りを表す. また, c はポテンシャル関数を構成する構成要素 $\phi_c(\cdot)$ を指す添え字であり, それに含まれる要素変数 ξ_i が作る集合と同一視してクリークと呼ぶ [8]. さらに, $M(i)$ は要素 i を含むクリークの集合であり, $L(c)$ はクリークに含まれる要素変数の集合である [8]. ここで, ポテンシャル関数 $\phi_c(\mathbf{x}_c, \Xi_c, \rho)$ は

$$\begin{aligned} \phi(\mathbf{x}, \Xi, \rho) &= \sum_c \phi_c(\mathbf{x}_c, \Xi_c, \rho) \quad (34) \\ &= -\frac{\rho}{2} \sum_{i \sim j} (\xi_i \cdot \xi_j (x_i - x_j)^2 + (1 - \xi_i \cdot \xi_j) \lambda) \quad (35) \end{aligned}$$

である.

ここで, $\langle \xi_{ik} \rangle = q(\xi_{ik} = 1)$ より一次統計量 $\langle \xi_{ik} \rangle$ を求めることができる. また, 式 (30) では二次統計量 $\langle \xi_i \cdot \xi_k \rangle$ まで求める必要がある. 二次統計量 $\langle \xi_i \cdot \xi_k \rangle$ は式 (31), (32) を反復計算して求められるメッセージ \mathcal{M} , $\hat{\mathcal{M}}$ を用いて

$$\begin{aligned} \langle \xi_i \cdot \xi_j \rangle &= \frac{\sum_k \prod_{c \in M(i) \setminus \mu} \hat{\mathcal{M}}_{ci}^n(\xi_{ik}) \prod_{c' \in M(j) \setminus \mu} \hat{\mathcal{M}}_{c'j}^n(\xi_{jk}) a_{ij}}{\sum_k \sum_{k'} \prod_{c \in M(i) \setminus \mu} \hat{\mathcal{M}}_{ci}^n(\xi_{ik}) \prod_{c' \in M(j) \setminus \mu} \hat{\mathcal{M}}_{c'j}^n(\xi_{jk'}) a_{ij}} \quad (36) \end{aligned}$$

と計算できる. ここで, $k = 1, \dots, K$ である. また, a_{ij} は要素 i から要素 j に遷移する確率を表し,

$$a_{ij} = \frac{\exp\left(-\frac{\rho}{2} (\xi_i \cdot \xi_j (x_i - x_j)^2 + (1 - \xi_i \cdot \xi_j) \lambda)\right)}{\exp\left(-\frac{\rho}{2} (x_i - x_j)^2\right) + \exp\left(-\frac{\rho \lambda}{2}\right)} \quad (37)$$

である.

以上の結果を用いて, 原画像 x , ラベル Ξ , ハイパーパラメータ ρ, β の値をそれぞれの平均値 $\langle x \rangle$, $\langle \Xi \rangle$, $\langle \rho \rangle$, $\langle \beta \rangle$ として推定することができる. すなわち, 原画像 x の推定値は μ , ハイパーパラメータ ρ, β の推定値は式 (29) である. また, ラベル Ξ の推定値は式 (33) から計算される ξ_i の期待値である.

3. モデル選択

前節では一枚の劣化画像 y から原画像 x とラベル Ξ , およびハイパーパラメータ ρ, β を推定した. ここではさらにラベルであるポツツスピンの次元 K の自動選択について考える. K は画像を何種類の領域に分割するかを表す数字に相当する. しかし, 本稿で提案する手法においては隣り合う画素が異なる領域に属する場合は異なるラベルを割り当てるということを考えているので互いに離れた二領域 (つながっていない二領域) があって, それらが同じラベルを持っていても, その二領域の画素値が近いということを表すものではない. 二次元の任意の地図が四色で塗り分け可能であることを考えると, K を 5 以上にする意味はないと言える [3]. 実際には数値計算の過程で 5 種類以上の領域が結果に表れる可能性もあるが, 少なくともあまり大きな K を候補とする意味はない.

いずれにせよ, ポツツスピンの次元 K の選択は, いわゆるモデル選択の問題である. 通常, バイズの枠組みでのモデル選択においては式 (1) 右辺分母である $p(y)$ を最大にするモデルを選択すればよい [1]. これはモデルエビデンスと呼ばれる量で, 本稿で扱っている問題の場合は

$$p(y) = \sum_{\Xi} \int dx p(y|x, \Xi) \quad (38)$$

を計算することにより求められる. しかし, この和と積分は計算量が画素数の指数オーダーとなるので計算の実行が困難である. このようにモデルエビデンスの厳密計算はしばしば困難になるので経験バイズ, マルコフ連鎖モンテカルロ法 (MCMC) [7] など種々の近似計算法が提案されているが [1], ここでは前節からの自然な流れを受けて別の戦略をとることにする. すなわち, 式 (8) における変分自由エネルギー \mathcal{F} を最小にするモデルを選択することにする [3], [11]. 具体的には, 事後分布 $p(x, \Xi, \rho, \beta|y)$ とのカルバック ライブラーダイバージェンスを最小にする最適試験分布 $q^*(x, \Xi, \rho, \beta)$ における変分自由エネルギー \mathcal{F}^* をモデルごとに算出し, これが最小になるモデルを選択することにする.

最適試験分布 $q^*(x, \Xi, \rho, \beta)$ における変分自由エネルギー

$$\mathcal{F}^* = \sum_{\Xi} \int dx d\rho d\beta q^*(x, \Xi, \rho, \beta) \ln \frac{q^*(x, \Xi, \rho, \beta)}{p(y, x, \Xi, \rho, \beta)} \quad (39)$$

は, 解析的に計算することができる [3], [11].

4. 実験

以下では, 人工画像と自然画像を対象に実験を行う. まず, 人工画像を対象に変分推論法 [3], ピリーフプロパゲーションで一次統計量を求める方法, ピリーフプロパゲーションで二次統計量まで求める方法の三通りの実験を行い結果を比較する. 次に, 自然画像を対象にピリーフプロパゲーションで二次統計量まで求める方法の実験を行う.

4.1 人工画像の場合

本稿で提案する手法は 2 個のハイパーパラメータである逆温

度 ρ とノイズの逆分散 β の推定を行いながら原画像 x とラベル Ξ を推定し、さらにラベル数 K に関するモデル選択も行うものである。ただし、ラベル Ξ の推定にはビリーフプロパゲーションを用いる。この手法の有効性を確認するために、まず、正解がわかっている画像を対象に実験を行う。すなわち、以下のように人工的に生成した画像を用いる。

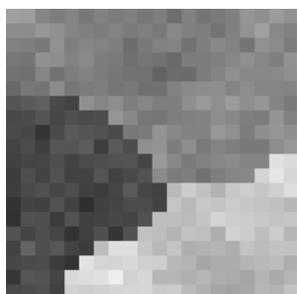


図 1 原画像 $x(\rho = 100)$



図 2 真のラベル $\Xi(K=3)$

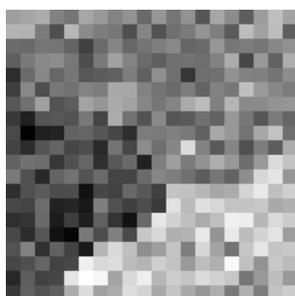


図 3 観測画像 $y(\beta = 80)$

原画像 x と真のラベル Ξ は MCMC の一種である熱浴法を用いて逆温度 $\rho = 100$, $\lambda = 0.05$ で確率的に生成した[2]。真のラベル数 K は 3 である。生成された原画像 x と真のラベル Ξ をそれぞれ図 1, 図 2 に示す。図 1, 図 2 を生成するために必要とされたモンテカルロステップは 30,600 回である。このモンテカルロステップでは原画像とラベルは十分に緩和されていないが、生成された画像は非一様な逆温度 ρ と 3 つの領域に制御されており、提案手法の有効性を確認するためには十分適している[11]。観測画像 y は原画像 x に逆分散 $\beta = 80$ のガウス雑音を各画素に独立に重畳して生成した。生成された観測画像 y を図 3 に示す。

まず、提案手法の性能を調べるための予備の実験として、ラベル数 K とハイパーパラメータは真の値 ($K = 3$, $\rho = 100$, $\beta = 80$, $\lambda = 0.05$) を用いて原画像 x とラベル Ξ の推定を行った。最初に、先行研究[3]の方法、つまり、変分推論法のみを用いる方法で実験を行う。結果を図 4, 図 5 に示す。図 4 は画像の修復結果 \hat{x} であり、図 5 は推定されたラベル $\hat{\Xi}$, すなわち領域分割の結果である。図 2 と図 5 を比較すると、雑音の影響により誤分割が生じているが原画像の 3 つの領域がほぼ良好に再現されていることがわかる。また、図 4 より逆温度 ρ と逆分散 β は真の値を用いているため雑音除去と原画像のスムースネスの再現が良好に実行されていることがわかる。このとき修復

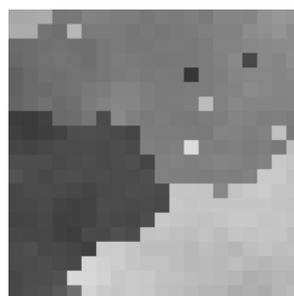


図 4 修復画像 \hat{x}
(変分推論法)
ISNR=5.03dB



図 5 推定されたラベル $\hat{\Xi}$
(変分推論法)

画像 \hat{x} の ISNR は 5.03dB であった。

次に、同様の実験をビリーフプロパゲーションを用いて一次統計量を求める手法で行う。この手法では、二次統計量まで求めないため式 (30) の $\langle \xi_i \cdot \xi_j \rangle$ を $\langle \xi_i \rangle \cdot \langle \xi_j \rangle$ と近似した。結果を図 6, 図 7 に示す。図 6 は画像の修復結果 \hat{x} であり、図 7 は推定されたラベル $\hat{\Xi}$ である。図 7 より、この場合も雑音の影響により誤分割が生じている。しかし、修復画像 \hat{x} の ISNR は 5.44dB であり、変分推論法のみを用いる方法よりも 0.41dB 良好な結果が得られた。

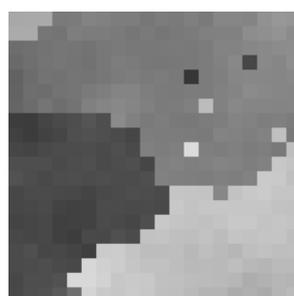


図 6 修復画像 \hat{x}
(BP で一次統計量を計算)
ISNR=5.44dB



図 7 推定されたラベル $\hat{\Xi}$
(BP で一次統計量を計算)

最後に、同様の実験をビリーフプロパゲーションを用いて二次統計量まで求める手法で行う。実験の結果を図 8, 図 9 に示す。図 8 は画像の修復結果 \hat{x} であり、図 9 は推定されたラベル $\hat{\Xi}$ である。図 9 より、領域分割の結果は一次統計量まで

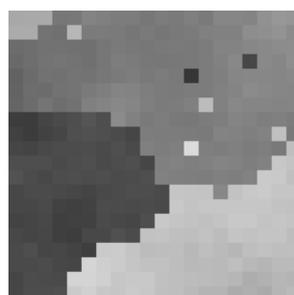


図 8 修復画像 \hat{x}
(BP で二次統計量まで計算)
ISNR=5.75dB



図 9 推定されたラベル $\hat{\Xi}$
(BP で二次統計量まで計算)

求める手法とあまり変化はなかった．しかし，修復画像 \hat{x} の ISNR は 5.75dB であり，一次統計量まで求める手法に比べさらに 0.31dB 良好な結果が得られた．また，図 1 と図 8 を比較すると，原画像 x がエッジも含め良好に修復されていることがわかる．以上の結果より，三通りの手法のうち，本稿で提案する手法，すなわち，ピリーフプロパゲーションを用いて二次統計量まで求める手法がもっとも良好な画像修復と領域分割が行えることを示すことができた．

次に，ハイパーパラメータ推定まで含む実験を行う．ハイパーパラメータ推定を行わない場合の実験においてピリーフプロパゲーションを用いて二次統計量まで求める手法がもっとも良好な画像修復と領域分割が行えることを示すことができたため，ここではこの手法を用いた実験だけを行うことにする．

まえがきでも述べたように本稿で提案する手法は領域ベースの隠れ変数を用いる関係上，どうしても局所解に陥りやすいという欠点がある．提案手法は決定論的な手続きから構成されるが，予備的な実験を行った結果，ハイパーパラメータ ρ, β に関する反復法の初期値 ρ_0, β_0 の設定が，局所解に陥ってしまうかも含めて最終的にどのような解に至るかによって結果に影響を及ぼすことが明らかになった．そこで，ここではこの性質を積極的に活用することにする．すなわち，ラベル数 K に関するモデル選択と同様の手法を用いて ρ_0, β_0 に関する最適化を行う．この場合，計算時間は K, ρ_0, β_0 の候補の組み合わせに比例して増えるが， K の選択だけでなく， ρ_0, β_0 の最適化も行われ，一枚の劣化画像 y を与えるだけで原画像 x ，ラベル Ξ ，二個のハイパーパラメータ ρ, β の推定と，その初期値 ρ_0, β_0 の最適化，ラベル数 K の選択が自動で遂行されることになる．ここで，本稿ではハイパーパラメータ λ の推定は行わず $\lambda = 0.05$ とした．

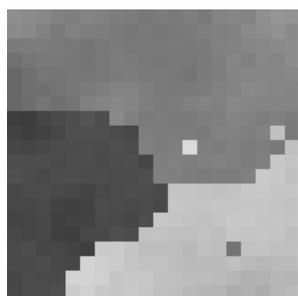


図 10 修復画像 \hat{x}
(BP で二次統計量まで計算)
ISNR=6.71dB



図 11 推定されたラベル $\hat{\Xi}$
(BP で二次統計量まで計算)

結果を図 10，図 11 に示す．図 10 は画像の修復結果 \hat{x} であり，図 11 は推定されたラベル $\hat{\Xi}$ である．モデル選択の作業においてはラベル数 $K = 1, 2, 3, 4$ ，最適化の作業においては逆温度の初期値 $\rho_0 = 0.1, 0.2, \dots, 0.9$ ，ノイズの逆分散の初期値 $\beta_0 = 0.1, 0.2, \dots, 0.9$ の計 324 通りと候補とした．選択されたモデルは $K = 3$ ， $\rho_0 = 0.3$ ， $\beta_0 = 0.1$ であった． ρ と β の推定値 $\hat{\rho}$ と $\hat{\beta}$ はそれぞれ 135.2，91.8 であり，比較的高い精度で真の値を推定できている．このことは，原画像の領域内のなめら

かさを表すハイパーパラメータ ρ と重畳されたノイズの大きさを表すハイパーパラメータ β を一枚の観測画像から独立に推定できていることを表しており興味深い．図 2 と図 11 を比較すると，原画像の 3 つの領域が良好に再現されていることがわかる．これに対応して，図 1 と図 10 を比較すると，原画像 x がエッジも含めて良好に修復されていることがわかる．この場合，修復画像 \hat{x} の ISNR は 6.71dB であった．これは図 8 の ISNR よりもさらに約 1dB 良好な値である．2 個のハイパーパラメータ ρ, β について真の値を用いるよりも，その推定を行う方が良好な結果が得られたのは， ρ, β に関して小さな値を初期値とした反復法を用いて推定することで一種のアニーリング効果が生じ，これが効いているからだと考えられる．

4.2 自然画像の場合

本節では，本稿で提案する手法（二次統計量まで計算する場合）を用いて自然画像を対象に実験を行う．図 12 の原画像 x に逆分散 $\beta = 300$ のガウス雑音を各画素に独立に重畳して図 13 に示す観測画像 y を生成した．

一般的に，自然画像には逆温度 ρ が大きい領域や小さい領域が存在するため ρ は画像全体で様ではない．それにもかかわらず，本稿で提案する手法は， ρ が一つの値で画像全体の推定を試みているため，ハイパーパラメータの良好な推定を行うことは困難であると考えられる[11]．よって，本節ではハイパーパラメータ β の推定は行わず，真の値 ($\beta = 300$) に固定した状態で原画像 x ，ラベル Ξ ，ハイパーパラメータ ρ の推定と，その初期値 ρ_0 の最適化，ラベル数 K の選択を行う．ここで， $\lambda = 0.03$ とした．

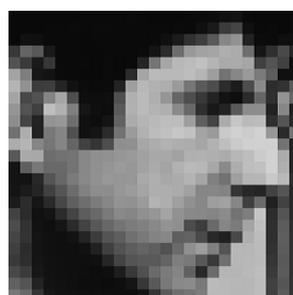


図 12 原画像 x

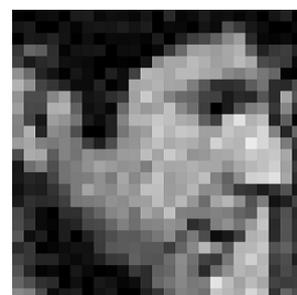


図 13 観測画像 y



図 14 修復画像 \hat{x}



図 15 推定されたラベル $\hat{\Xi}$

実験の結果を図 14，図 15 に示す．図 14 は画像の修復結果 \hat{x} であり，図 15 は推定されたラベル $\hat{\Xi}$ ，すなわち領域分割の結果である．モデル選択の作業においてはラベル数 $K = 3, 4, 5$ ，最

適化の作業においては逆温度の初期値 $\rho_0 = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7$ の計 12 通りを候補とした。選択されたモデルは $K = 4$, $\rho_0 = 0.1$ であった。 ρ の推定値 $\hat{\rho}$ は 65.9 であった。人工画像の場合と異なり, ρ に関する正解は未知であるが, 原画像のスムーズネスがよく再現されていることが図 14 よりわかる。 β が真の値である 300 に固定されていることにより, 図 14 の推定画像は高い精度で雑音除去が実行されている。また, 図 15 の領域分割の結果より, 図 12 と図 14 を比較するとエッジもうまく再現できている。なお, 修復画像 \hat{x} の ISNR は 1.35dB であった。

5. む す び

本稿では, 領域ベースの隠れ変数を用いる結合 MRF モデルに基づき, ビリーフプロパゲーションと変分推論法を組み合わせた手法を用いて画像の修復と領域分割を行う決定論的なアルゴリズムを導出した。このアルゴリズムでは原画像や隠れ変数だけでなく原画像の逆温度 ρ と重畳するノイズの逆分散 β という 2 個のハイパーパラメータも推定した。さらに, 変分自由エネルギー最小化によるモデル選択も行った。熱浴法で生成した人工画像の場合は, 一枚の劣化画像だけから良好な修復と領域分割が行えた。また, ハイパーパラメータ推定を行わない場合に変分推論法, ビリーフプロパゲーションで一次統計量を求める場合, ビリーフプロパゲーションを用いて二次統計量まで求める場合の三通りの手法を比較し, ビリーフプロパゲーションを用いて二次統計量まで求めた手法がもっとも良好な修復と領域分割が行えることを示した。ガウス雑音が重畳された自然画像を用いた場合に関しても良好な修復と領域分割が行えた。しかし, 自然画像に関しては逆分散 β の推定を行わず, 真の値に固定して実験を行った。そのため, 今後の課題としてそれぞれの領域ごとに逆温度 ρ を推定する必要がある。また, ハイパーパラメータ λ の自動推定も行う必要がある。

文 献

- [1] C. M. Bishop, Pattern Recognition and Machine Learning, Springer, New York, 2006.
- [2] 田中 和之, 確率モデルによる画像処理技術入門, 森北出版, 東京, 2006.
- [3] 三好 誠司, 岡田 真人, “ 領域ベースの潜在変数を用いた画像の修復と領域分割 - 変分法に基づくベイズ推定 - ”, 画像の認識・理解シンポジウム (MIRU2010), 2010 .
- [4] S. Geman and D. Geman, “ Stochastic relaxation, gibbs distributions, and the bayesian restoration of images ”, IEEE trans. PAMI, Vol.6, No.6, pp.721-741, 1984.
- [5] D. Geman, S. Geman, C. Graffigne and P. Dong, “ Boundary detection by constrained optimization ”, IEEE trans. PAMI, Vol.12, No.7, pp.609-628, 1990.
- [6] 岡田 真人, 銅谷 賢治, 吉岡 利福, 川人 光男, “ 位相を隠れ変数として持つ領域ベース結合 MRF モデル ”, 信学技報, NC98-184, 1999.
- [7] 伊庭 幸人, 種村 正美, 大森 祐造, 和合 肇, 佐藤 整尚, 高橋 明彦, 計算統計 II マルコフ連鎖モンテカルロ法とその周辺, 岩波書店, 2005 .
- [8] 汪 金吉, 田栗 正章, 手塚 集, 樺島 祥介, 上田 修功, 統計計算 I 確率計算の楽しい手法, 岩波書店, 東京, 2003.
- [9] 池田 思朗, 田中 利幸, 甘利 俊一, “ 確率伝搬法の情報幾何 ”, ベイジアンネットセミナー (BN2002), pp.15-22, Sep, 2002.
- [10] 兼村 厚範, 前田 新一, 石井 信, “ 複層マルコフ確率場を事前分布とする超解像法におけるハイパーパラメータ推定 ”, 信学論, Vol.J92-D, no.10, pp.1802-1811, 2009.
- [11] S. Miyoshi, M. Okada, “ Image restoration and segmentation using region-based latent variables: Bayesian inference based on variational method ”, (submitted).