

パーシャルアニーリングのレプリカ解析

— 2体ソーラス符号の場合 —

Replica Analysis of Partial Annealing

— Two-body Surlas Codes —

三好 誠司* 上江洩 達也† 岡田 真人‡
Seiji MIYOSHI Tatsuya UEZU Masato OKADA

Abstract: We treat the two-body Surlas codes as an example to investigate the potential of the partial annealing in the field of information technology. The error-correcting properties of the two-body Surlas codes, in which the partial annealing is applied to the interaction system for decoding, are analyzed through the replica method. When the interactions are changed by Hebbian rule of the spins, an overlap M of information bits and decoded bits becomes flat in the wide range of an inverse temperature β of the spins. When both an inverse temperature $\tilde{\beta}$ of the interactions and a strength ϵ of Hebbian rule are large, the replica symmetric solution shows larger M than that of the conventional MPM decoding. However, theoretical results do not agree with the computer experiments in that case.

keywords: パーシャルアニーリング, ソーラス符号, 有限温度復号, レプリカ法, レプリカ対称解

1 まえがき

多体相互作用系, すなわち多数の「スピン」とそれらの「相互作用」という二種類の変数を有するシステムの解析においては, 相互作用の方は固定されておりスピンだけがダイナミクスを持つモデルを考える場合が多い。たとえば連想記憶モデルの解析の場合, 記憶パターンから相互作用(結合荷重)をあらかじめ決定し, その相互

作用のもとでスピンのようなダイナミクスでいかなる状態に緩和してゆくかを議論する [1]。これに対し, スピンの変化よりもゆっくりとはあるけれども相互作用自身も変化するシステムというものも考えることができる。この枠組みはパーシャルアニーリングと呼ばれ [2], その性質は神経生理学的な観点からも興味深い [3]。

Coolenらはスピンのヘブ則が相互作用を変化させる場合についてレプリカ法と類似の方法を用いて解析した [3, 4]。通常レプリカ法においては相互作用系の複製(レプリカ)の個数 n を 0 に近づける極限操作を行うが, 彼らの解析においては n はスピンと相互作用の温度の比であり正の有限値であることが特徴である。彼らはRS解と1ステップのRSBについて調べた。Pennyらはガウス分布に従うクエンチされたバイアスがスピンのヘブ則に加わって相互作用を変化させる場合の解析を行った [5]。この場合には, レプリカ数が2種類必要になり, また, レプリカ対称性を仮定して導出された鞍点方程式がSherrington-Kirkpatrickモデル(SKモデル) [6] の1ステップRSB解と類似の形になる。Dotsenkoらはパーシャルアニーリングの枠組みで温度比 n が負の場合に着目し, ホップフィールドネットの記憶容量とSKスピン

*神戸高専電子工学科, 〒 651-2194 神戸市西区学園東町 8-3, tel. 078-795-3247, e-mail miyoshi@kobe-kosen.ac.jp, Department of Electronic Engineering, Kobe City College of Technology, 8-3 Gakuenhigashimachi, Nishi-ku, Kobe-shi, 651-2194 Japan

†奈良女子大学大学院 人間文化研究科 複合現象科学専攻, 〒 630-8506 奈良市北魚屋東町, School of Interdisciplinary Scientific Phenomena and Information, Graduate School of Sciences and Humanities, Nara Women's University, Kita Uoya Nishi-machi, Nara-shi, 630-8506 Japan

‡東京大学大学院 新領域創成科学研究科 複雑理工学専攻, 〒 277-8561 千葉県柏市柏の葉 5-1-5, Division of Transdisciplinary Sciences, Graduate School of Frontier Sciences, The University of Tokyo, 5-1-5 Kashiwanoha, Kashiwa-shi, Chiba, 277-8561 Japan

理化学研究所 脳科学総合研究センター, 〒 351-0198 埼玉県和光市広沢 2-1

RIKEN Brain Science Institute, 2-1 Hirosawa, Wako-shi, Saitama, 351-0198 Japan

グラスを例として解析を行った [2] . 特に前者において n が負の時にはアトラクタパターンが直交に向かい, その結果記憶容量が 1 まで増大するという興味深い解析結果が示されている .

一方, ソーラス符号はスピングラスとの類似性から提案された誤り訂正符号であり, 符号化率が小さい極限においてシャノン限界を漸近的に達成する [7] . 今回われわれはパーシャルアニーリングの情報工学分野における可能性を探るため, 2 体ソーラス符号を例にとりあげ, その復号を行う相互作用系にパーシャルアニーリングを適用した場合の誤り訂正特性についてレプリカ法を用いて解析したので報告する .

2 ソーラス符号と AWGN 通信路

ソーラス符号は誤り訂正符号の一種であり, 送りたい情報 (メッセージ) のかわりにそのパリティを送る . すなわち, K 体のソーラス符号においては, N ビットのメッセージ $\xi \equiv \{\xi_1, \dots, \xi_N\}$, $\xi_i \in \{+1, -1\}$ からパリティ

$$\zeta_\lambda \equiv \prod_{k \in \lambda} \xi_k \quad (1)$$

を作って送る . ここで, $\lambda = 1, \dots, \binom{N}{K}$ はパリティのインデックスであり, λ は λ 番目のパリティを生成するために掛け合わされるメッセージビットのインデックスの組である .

一般に送信信号は通信路において雑音の影響を受けるが, ソーラス符号のビット誤り率を最小にするためには受信側において西森温度で有限温度復号 (MPM 復号) を行えばよい . ソーラス符号に関しては $N \rightarrow \infty$ の極限で, さらに $K \rightarrow \infty$ とするとき, 漸近的にシャノン限界を達成する [7] .

本論文では 2 体のソーラス符号を扱う . また, 加法的白色ガウス雑音 (AWGN) のある通信路を考える . 送信信号の強さ J_0 , ガウス雑音の分散 J^2 に関しては標準的な正規化を行い, メッセージが ξ のときの受信信号 $B = \{B_{ij}\}$ の確率密度は

$$P(B|\xi) \propto \prod_{i < j} \exp \left(-\frac{(B_{ij} - \frac{2J_0}{N} \xi_i \xi_j)^2}{\frac{2J^2}{N}} \right) \quad (2)$$

であるとする [8, 9, 10] .

3 パーシャルアニーリングを用いた復号の方法

パーシャルアニーリングを用いて受信信号 B からメッセージ ξ の復号を行う方法について述べる .

まず, 受信側では相互作用 $J = \{J_{ij}\}$ を持つシステムを用意する . このとき, スピン $\sigma = \{\sigma_i\}$ の確率 $P(\sigma|J)$ は以下の通りである . ここで, β はスピン σ の変化を特徴づけるパラメータであり逆温度と呼ばれる . また, $H(\sigma, J)$ はハミルトニアン, Z_β はスピンの分配関数と呼ばれる .

$$P(\sigma|J) = \exp[-\beta H(\sigma, J)] / Z_\beta, \quad (3)$$

$$H(\sigma, J) = -\sum_{i < j} J_{ij} \sigma_i \sigma_j, \quad (4)$$

$$Z_\beta = \text{Tr}_{\{\sigma_i\}} \exp[-\beta H(\sigma, J)]. \quad (5)$$

スピン σ だけでなく, スピンの変化よりゆっくりとではあるけれども相互作用 J も変化するような枠組みはパーシャルアニーリングと呼ばれる [2] . なお, 以下ではパーシャルアニーリングのことを適宜 “PA” と略記する .

具体的には相互作用 J が

$$\tau \frac{d}{dt} J_{ij} = \frac{1}{N} \epsilon \langle \sigma_i \sigma_j \rangle + B_{ij} - \mu J_{ij} + \frac{1}{\sqrt{N}} \eta_{ij}(t) \quad (i < j) \quad (6)$$

で記述されるダイナミクスを持つとする . ここで $\langle \cdot \rangle$ は逆温度 β での平均 (熱平均) を表す . ϵ はヘブ則の強さを表すパラメータ, B_{ij} は受信信号である . $\eta_{ij}(t)$ はランジュバンノイズであり,

$$\langle \eta_{ij}(t) \eta_{kl}(t') \rangle = 2\tilde{\beta}^{-1} \tau \delta_{ik} \delta_{jl} \delta(t - t') \quad (i < j, k < l) \quad (7)$$

であるとする .

すなわちこのシステムでは, スピン σ と相互作用 J の両方がダイナミクスを持ち, σ の変化は J の変化よりも十分速い . また, σ と J の変化はそれぞれ異なる逆温度 β と $\tilde{\beta}$ で特徴付けられている .

復号はシステムが十分に巨視的平衡状態に達した後に通常の MPM 復号と同様, 逆温度 β でのスピン σ_i の熱平均 $\langle \sigma_i \rangle$ の符号をとることにより行う . すなわち, $\text{sgn}\langle \sigma_i \rangle$ が復号の結果である . このとき復号の良さはメッセージ ξ と復号結果の重なり

$$M = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \xi_i \text{sgn}\langle \sigma_i \rangle \quad (8)$$

で定量的に評価される．なお， M とビット誤り率 BER には $M = 1 - 2\text{BER}$ の関係が成り立つ．

2 体のソース符号においてはもともと送信信号は式 (1) のように 2 つのメッセージビットの積で生成されている．一方，受信側の相互作用系では式 (6) のパーシャルアニリングを適用するので， J はヘブ則で増強されることになる．つまり， J は 2 つのスピンの積で増強される．このとき，スピン σ は対応するメッセージビット ξ に近い状態を確率的に遷移していると考えられるので，復号の過程にヘブ則を組み込んだパーシャルアニリングを用いることでなんらかの有用な性質が現れる可能性がある．

4 理論

4.1 レプリカ法

実効ハミルトニアンを

$$\mathcal{H} = -\frac{\epsilon}{\beta} \ln Z_\beta - \sum_{k<l} J_{kl} B_{kl} + \frac{N\mu}{2} \sum_{k<l} J_{kl}^2 \quad (9)$$

としておけば式 (6) は，

$$N\tau \frac{d}{dt} J_{ij} = -\frac{\partial}{\partial J_{ij}} \mathcal{H} + \sqrt{N} \eta_{ij}(t) \quad (10)$$

と書ける．このランジュバン方程式の平衡状態はボルツマン分布の形で与えられるが，この平衡状態に着目する．ある受信信号 B を受け取ったときのシステム全体の分配関数 \tilde{Z}_β は，相互作用 J も式 (6) で変化していることを考慮すると以下のように計算される．

$$\tilde{Z}_\beta = \int d\mathbf{J} \exp(-\tilde{\beta}\mathcal{H}) \quad (11)$$

$$= \int d\mathbf{J} (Z_\beta)^{n_1} \times \exp\left(-\frac{1}{2}\tilde{\beta}N\mu \sum_{k<l} J_{kl}^2 + \tilde{\beta}N \sum_{k<l} J_{kl} B_{kl}\right) \quad (12)$$

ここで，

$$n_1 = \epsilon \frac{\tilde{\beta}}{\beta} \quad (13)$$

であり，これは本論文で扱う一つのレプリカ数である．ここで， n_1 は正の有限値であることに注意しておく．

一方，誤り訂正の問題においては一回受け取った B を用いて復号の操作を行う．すなわち， B にはガウス雑音を重ねているがそのランダムネスはクエンチ（凍結）されている．よって，平均自由エネルギー \mathcal{F} は通信路ノイズに関する配位平均の記号 $\langle\langle\cdot\rangle\rangle$ と分配関数 \tilde{Z}_β を用いて， $\mathcal{F} = -\tilde{\beta}^{-1} \langle\langle \ln \tilde{Z}_\beta \rangle\rangle$ と書ける．この式には対数の

平均操作が入っているが，一般的にこの計算は困難である．しかし，自然数 n_2 に対して $(\tilde{Z}_\beta)^{n_2}$ の計算は可能な場合があり，その場合には恒等式 $\ln Z = \lim_{n \rightarrow 0} \frac{Z^n - 1}{n}$ を用いて $\langle\langle \ln \tilde{Z}_\beta \rangle\rangle$ を計算することができる．すなわち，

$$-\tilde{\beta}\mathcal{F} = \langle\langle \ln \tilde{Z}_\beta \rangle\rangle \quad (14)$$

$$= \lim_{n_2 \rightarrow 0} \frac{1}{n_2} \ln \langle\langle (\tilde{Z}_\beta)^{n_2} \rangle\rangle \quad (15)$$

ここで， n_2 に関して自然数から実数への解析接続が行われていることと，二つの極限操作 $N \rightarrow \infty$ ， $n_2 \rightarrow 0$ の順番を入れ替えていることに十分注意しておく必要がある．統計力学において開発されたこの計算手法はレプリカ法と呼ばれる．本論文で扱っているモデルの場合も

$$\langle\langle (\tilde{Z}_\beta)^{n_2} \rangle\rangle = \int \left[\prod_{i<j} dB_{ij} P(B_{ij}) \right] (\tilde{Z}_\beta)^{n_2} \quad (16)$$

$$= \int \left[\prod_{a,b} dq_{ab} \frac{dN\hat{q}_{ab}}{2\pi i} \right] \left[\prod_a dm_a \frac{dN\hat{m}_a}{2\pi i} \right] \times \exp[N(G_1 + G_2 + G_3)] \quad (17)$$

$$G_1 = \frac{\beta^2}{4} \frac{1}{\tilde{\beta}\mu} \sum_a \sum_b \delta_{\alpha_2, \beta_2} q_{ab}^2 + \frac{\beta^2}{4\mu} \frac{J^2}{\mu - J^2 n_2 \tilde{\beta}} \sum_a \sum_b q_{ab}^2 + \frac{\beta J_0}{\mu - J^2 n_2 \tilde{\beta}} \sum_a m_a^2 + \frac{J_0^2 n_2 \tilde{\beta}}{\mu - J^2 n_2 \tilde{\beta}} \quad (18)$$

$$G_2 = -\sum_a \sum_b \hat{q}_{ab} q_{ab} - \sum_a \hat{m}_a m_a \quad (19)$$

$$G_3 = \frac{1}{N} \ln \left\{ \text{Tr}_{\{\sigma_i^a\}} \exp \left(\sum_a \sum_b \hat{q}_{ab} \sum_i \sigma_i^a \sigma_i^b + \sum_a \hat{m}_a \sum_i \xi_i \sigma_i^a \right) \right\} \quad (20)$$

と計算することができる．ここで

$$a = (\alpha_1, \alpha_2), \quad b = (\beta_1, \beta_2) \quad (21)$$

$$q_{ab} = \frac{1}{N} \sum_i \sigma_i^a \sigma_i^b, \quad m_a = \frac{1}{N} \sum_i \xi_i \sigma_i^a \quad (22)$$

であり， δ 関数で q_{ab} , m_a の条件を取り込んだ後， δ 関数の積分表現を用いた．

このように n_1 と n_2 の二種類のレプリカ数が登場するが，0 に近づける極限操作の対象となるのは n_2 だけであることに注意しておく． α_1, β_1 はレプリカ数 n_1 に対応するレプリカインデックスであり， α_2, β_2 はレプリカ数 n_2 に対応するレプリカインデックスである．

4.2 RS 解

レプリカ対称性

$$\forall a = (\forall \alpha_1, \forall \alpha_2) \rightarrow m_a = m, \quad \hat{m}_a = \hat{m} \quad (23)$$

$$\alpha_2 \neq \beta_2 \rightarrow q_{ab} = q_2, \quad \hat{q}_{ab} = \hat{q}_2 \quad (24)$$

$$\alpha_2 = \beta_2, \alpha_1 \neq \beta_1 \rightarrow q_{ab} = q_1, \quad \hat{q}_{ab} = \hat{q}_1 \quad (25)$$

$$\alpha_2 = \beta_2, \alpha_1 = \beta_1 \rightarrow q_{ab} = 1, \quad \hat{q}_{ab} = \hat{q}_0 \quad (26)$$

を仮定し, 式 (17) の積分は鞍点法で評価する. その結果 1 スピンあたりの平均自由エネルギー f は

$$-\tilde{\beta}f = -\tilde{\beta}\frac{\mathcal{F}}{N} \quad (27)$$

$$= \lim_{n_2 \rightarrow 0} \frac{1}{Nn_2} \ln \left\langle \left\langle \left(\tilde{Z}_{\tilde{\beta}} \right)^{n_2} \right\rangle \right\rangle \quad (28)$$

$$= \left(\frac{\beta^2}{4\tilde{\beta}\mu} + \frac{\beta^2 J^2}{4\mu^2} \right) n_1(n_1 - 1)q_1^2 - \frac{\beta^2 J^2 n_1^2}{4\mu^2} q_2^2$$

$$+ \frac{\beta J_0}{\mu} n_1 m^2 - n_1(n_1 - 1)\hat{q}_1 q_1 + n_1^2 \hat{q}_2 q_2$$

$$- \hat{q}_1 n_1 - n_1 \hat{m} m + (\text{定数})$$

$$+ \int Dx \ln \int Dy \cosh^{n_1} \left(\sqrt{2\hat{q}_2}x + \sqrt{2(\hat{q}_1 - \hat{q}_2)}y + \hat{m} \right) \quad (29)$$

となり, 鞍点条件より最終的に鞍点方程式が以下のよう
に求められる.

$$q_1 = \int Dz \frac{\int Dy \cosh^{n_1} \Xi \tanh^2 \Xi}{\int Dy \cosh^{n_1} \Xi} \quad (30)$$

$$q_2 = \int Dz \left(\frac{\int Dy \cosh^{n_1} \Xi \tanh \Xi}{\int Dy \cosh^{n_1} \Xi} \right)^2 \quad (31)$$

$$m = \int Dz \frac{\int Dy \cosh^{n_1} \Xi \tanh \Xi}{\int Dy \cosh^{n_1} \Xi} \quad (32)$$

$$\Xi = \frac{\beta}{\mu} \left(J\sqrt{q_2}z + \sqrt{\frac{\mu}{\tilde{\beta}}q_1 + J^2(q_1 - q_2)y + 2J_0m} \right) \quad (33)$$

また, 式 (30)–(32) から q_1, q_2, m が計算できれば, これらを用いて重なり M が以下のように計算できる [8].

$$M = \int Dz \frac{\int Dy \cosh^{n_1} \Xi \operatorname{sgn}(\Xi)}{\int Dy \cosh^{n_1} \Xi} \quad (34)$$

5 結果と考察

5.1 通常の有限温度復号

後述する PA の計算結果の比較対象として, まず, PA を用いない通常の有限温度復号の結果を示しておく.

図 1 は通信路ノイズが $J_0 = J^2 = 1$ の場合の 2 体ソラス符号の有限温度復号の結果である. レプリカ対称性の仮定から得られる鞍点方程式 [8, 9] を数値的に解いた結果と計算機実験 ($N = 1000$) の結果を重ねて示す.

$\beta > 0.5$ で Ferro (強磁性: $q > 0, m > 0$), $\beta < 0.5$ で Para (常磁性: $q = m = 0$) となっている. また, 西森温度 $\beta_N = 2J_0/J^2 = 2$ において重なり M は最大となり, その値は 0.944 である.

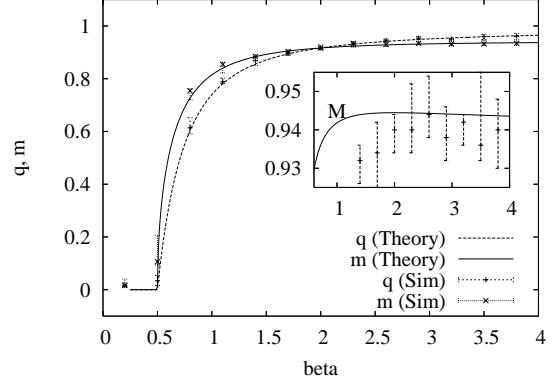


図 1: パーシャルアニーリングを用いない通常の有限温度復号の結果. $J_0 = J^2 = 1$.

5.2 パーシャルアニーリング (通信路ノイズがない場合)

PA の数値計算の第一歩として, まず通信路ノイズが無く, ランダムネスとしては逆温度 $\tilde{\beta}$ のランジュバンノイズのみが存在する場合について調べた. なお, 以下では $J_0 = \tau = \mu = 1$ である.

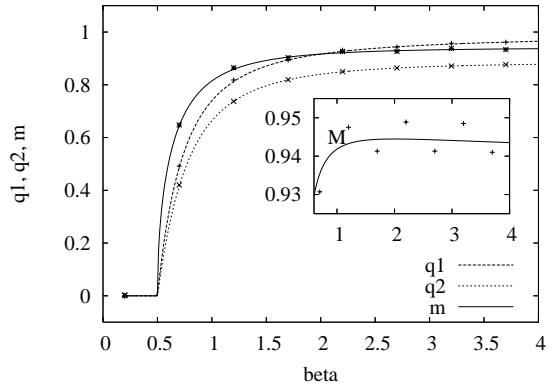


図 2: $\epsilon = 0, J^2 = 0, \tilde{\beta} = 1$.

PA を用いない前節の結果と比較するために, 前節の通信路ノイズ ($J^2 = 1$) と等価なランジュバンノイズ ($\tilde{\beta} = 1$) を与え, その代わりに通信路ノイズを無し ($J^2 = 0$) とした PA について調べた. 式 (30)–(33) を数値的に解いた結果を計算機実験 ($N = 1000$) の結果と重ねて図 2, 図 3 に示す. PA はスピンと相互作用の両者がダイナミクスを有するので, 計算機実験は慎重に行う必要がある. 本論文の計算機実験は以下のように実行した [5]. 式 (6) の時間 t の刻みを 0.02τ とし, 各時刻

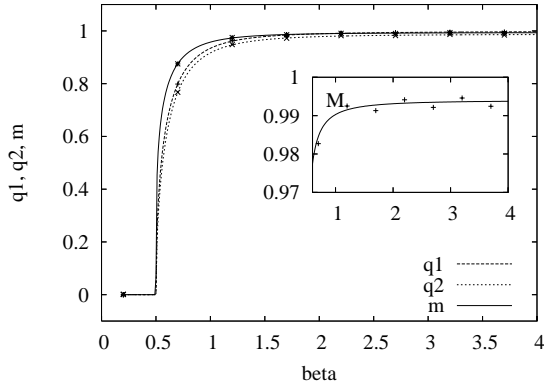


図 3: $\epsilon = 1, J^2 = 0, \tilde{\beta} = 1$.

ステップでまず $R_1 = 1000$ 回の全スピンの更新を行い巨視的平衡状態にする．ここでスピンの更新は CPU 時間の関係から同期更新としている．続く $R_2 = 1000$ 回の全スピンの更新で熱平均 $\langle \sigma_i \sigma_j \rangle$ を計算し，相互作用 J_{ij} を更新する．以上を 1 ステップとする J_{ij} の時間発展更新を $R_3 = 500$ ステップ行うことにより相互作用を巨視的平衡状態にする．以上のすべての操作を二個の相互作用系 J^1, J^2 について同一の受信信号 B を用いて独立に並行して行う．その後， $R_4 = 500$ ステップの時間発展更新にわたる平均計算により q_1, q_2, m を測定する．その際， q_2 は J^1 と J^2 それぞれのスピン σ^1 と σ^2 の類似度を， m はメッセージ ξ と σ^1 の類似度を式 (22) で求める．また， q_1 は R_4 回の毎ステップにおいて J^1 のレプリカ $J^{1'}$ を作成し，そのレプリカのスピン $\sigma^{1'}$ を $R_5 = 1000$ 回更新した後， σ^1 と $\sigma^{1'}$ の類似度を式 (22) で求める．

いずれの図においても理論と計算機実験がよく一致している．本節の計算条件のように，PA を用いない通常の有限温度復号の通信路ノイズと等価なランジュバンノイズを与えたうえで通信路ノイズを無しとし，さらにヘブ則の強さ ϵ を 0 にすると，式 (30),(32)–(34) は PA を用いない通常の有限温度復号の式 [8, 9] に一致する．よって図 2 (ただし q_2 を除く) と図 1 は一致している．また，図 2 と図 3 を比較すると，ヘブ則の強さ ϵ を 0 から 1 にすることにより q_1, q_2, m, M が増大することがわかる．

5.3 パーシャルアニーリング (通信路ノイズがある場合)

次に，通信路ノイズが存在する場合の受信信号を PA で復号する場合について調べた．図 4 は $\epsilon = 0$ ，図 5 は $\epsilon = 1$ の場合の結果を示す．いずれの図も $J^2 = 1, \tilde{\beta} = 1$ であり，計算機実験は $N = 1000$ で実行した．図 4 よ

り，ヘブ則を入れない場合 ($\epsilon = 0$) に重なり M が最大となる β は加わったランジュバンノイズの分だけ高温側にずれて $2J_0/(J^2 + \tilde{\beta}^{-1}) = 1$ となっていることがわかる．一方， $\epsilon = 1$ のヘブ則を入れた図 5 においては M の値が上がり，特に β が大きい領域で M が持ち上げられる結果， β の広い範囲で M がフラットになっていることがわかる．

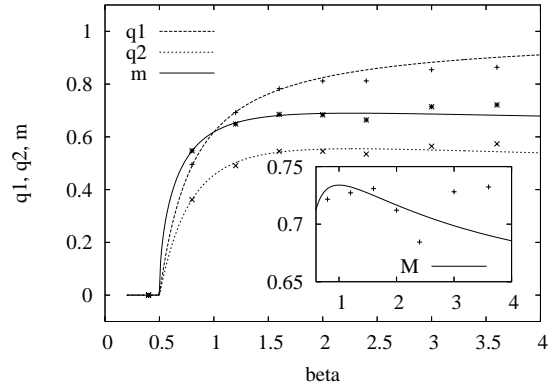


図 4: $\epsilon = 0, J^2 = 1, \tilde{\beta} = 1$.

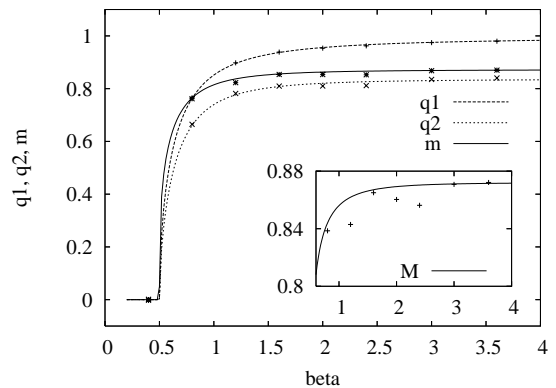


図 5: $\epsilon = 1, J^2 = 1, \tilde{\beta} = 1$.

このようにヘブ則を入れることにより M の値は増大している．図 6 は $J^2 = 1, \tilde{\beta} = 1$ のままでヘブ則の強さ ϵ を 0 ~ 10 の範囲で変えた場合の M の理論計算結果である． ϵ が大きくなるにつれ M の値は大きくなり，PA を用いない通常の有限温度復号 (図 1) における最大値 0.944 に漸近しているように見える．また， β の広い範囲で M がフラットになっている．

0.944 は $\tilde{\beta} = 1$ で通信路ノイズが無い場合の M の最大値 (図 2 参照) でもあるので，これらの結果は ϵ を大きくすることで通信路ノイズの影響を小さくする効果がある可能性を示唆している．そこで， $\tilde{\beta} = 10$ の場合について調べた．結果を図 7 に示す．この図において ϵ が 10 や 5 の場合の M が PA を用いない通常の有限温度復号の最大値 (0.944) を上回っており興味深い．しかしな

から，計算機実験を行った結果，このようなケースでは理論と計算機実験は全く合わないことが判明した．すなわち， $\tilde{\beta}$ と ϵ が大きい場合にはRS解は実験と合わない．

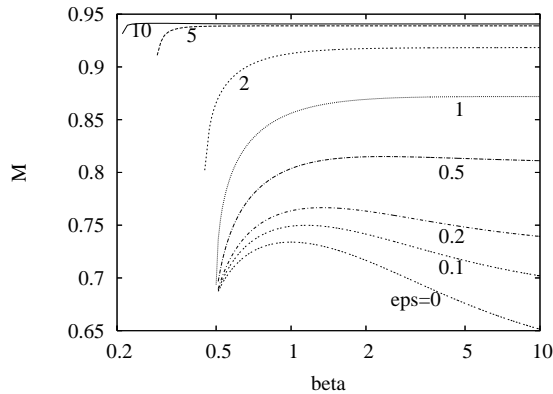


図 6: $J^2 = 1, \tilde{\beta} = 1$.

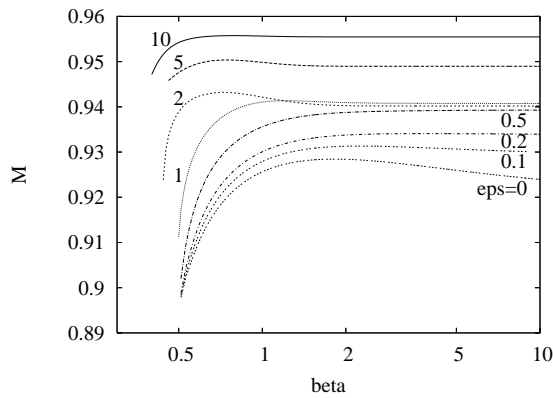


図 7: $J^2 = 1, \tilde{\beta} = 10$.

6 むすび

パーシャルアニーリングの情報工学分野における可能性を探るため，2体ソーラス符号を例にとりあげ，その復号を行う相互作用系にパーシャルアニーリングを適用した場合の誤り訂正特性についてレプリカ法を用いて解析した．パーシャルアニーリングにおいて相互作用をスピンのヘブ則で変化させるとスピンの逆温度 β の広い範囲で送りたい情報と復号結果の重なり M がフラットになることがわかった．また，RS解で相互作用の逆温度 $\tilde{\beta}$ とヘブ則の強さ ϵ を大きくした場合には M が通常の有限温度復号の値よりも大きくなるものの，このような場合には計算機実験とは合わないことがわかった． β の広い範囲で M がフラットになることは注目すべき点であるが，誤り訂正符号の復号を行う相互作用系にパーシャルアニーリングを適用する意味があるかどうかを判断するためには，RS解が安定である範囲の解析を今後行う必要がある．また， K 体ソーラス符号への拡張も

今後の課題である．

謝辞

本研究については二名の査読者から有用な多くの御指摘をいただきました．心より感謝いたします．なお，本研究の一部は科学研究費補助金（課題番号16500093, 18020007, 18079003, 18500183）によるものです．

参考文献

- [1] M. Okada, “Notions of associative memory and sparse coding,” *Neural Networks*, **9** 1429–1458, (1996).
- [2] V. Dotsenko, S. Franz and M. Mézard, “Partial annealing and overfrustration in disordered systems,” *J. Phys. A: Math. Gen.* **27**, 2351–2365, (1994).
- [3] R. W. Penny, A. C. C. Coolen and D. Sherrington, “Coupled dynamics of fast spins and slow interactions in neural networks and spin systems,” *J. Phys. A: Math. Gen.* **26**, 3681–3695, (1993).
- [4] A. C. C. Coolen, R. W. Penny and D. Sherrington, “Coupled dynamics of fast spins and slow interactions: An alternative perspective on replicas,” *Phys. Rev. B*, **48**(21), 16116–16118, (1993).
- [5] R. W. Penny and D. Sherrington, “Slow interaction dynamics in spin-glass models,” *J. Phys. A: Math. Gen.* **27**, 4027–4041, (1994).
- [6] D. Sherrington and S. Kirkpatrick, “Solvable model of a spin-glass,” *Phys. Rev. Lett.* **35**, 1792–1796, (1975).
- [7] N. Sourlas, “Spin-glass models as error-correcting codes,” *Nature*, **339**, 693–695, (1989).
- [8] 西森 秀稔, “スピングラス理論と情報統計力学,” 岩波書店, 東京, 1999.
- [9] H. Nishimori, *Statistical Physics of Spin Glasses and Information Processing: An Introduction*, Oxford University Press, (2001)
- [10] M. Inoue, K. Hukushima and M. Okada, “Analysis Method Combining Monte Carlo Simulation and Principal Component Analysis –Application to Sourlas Code–,” *J. Phys. Soc. Jpn.* **75**(8), 084003, (2006).